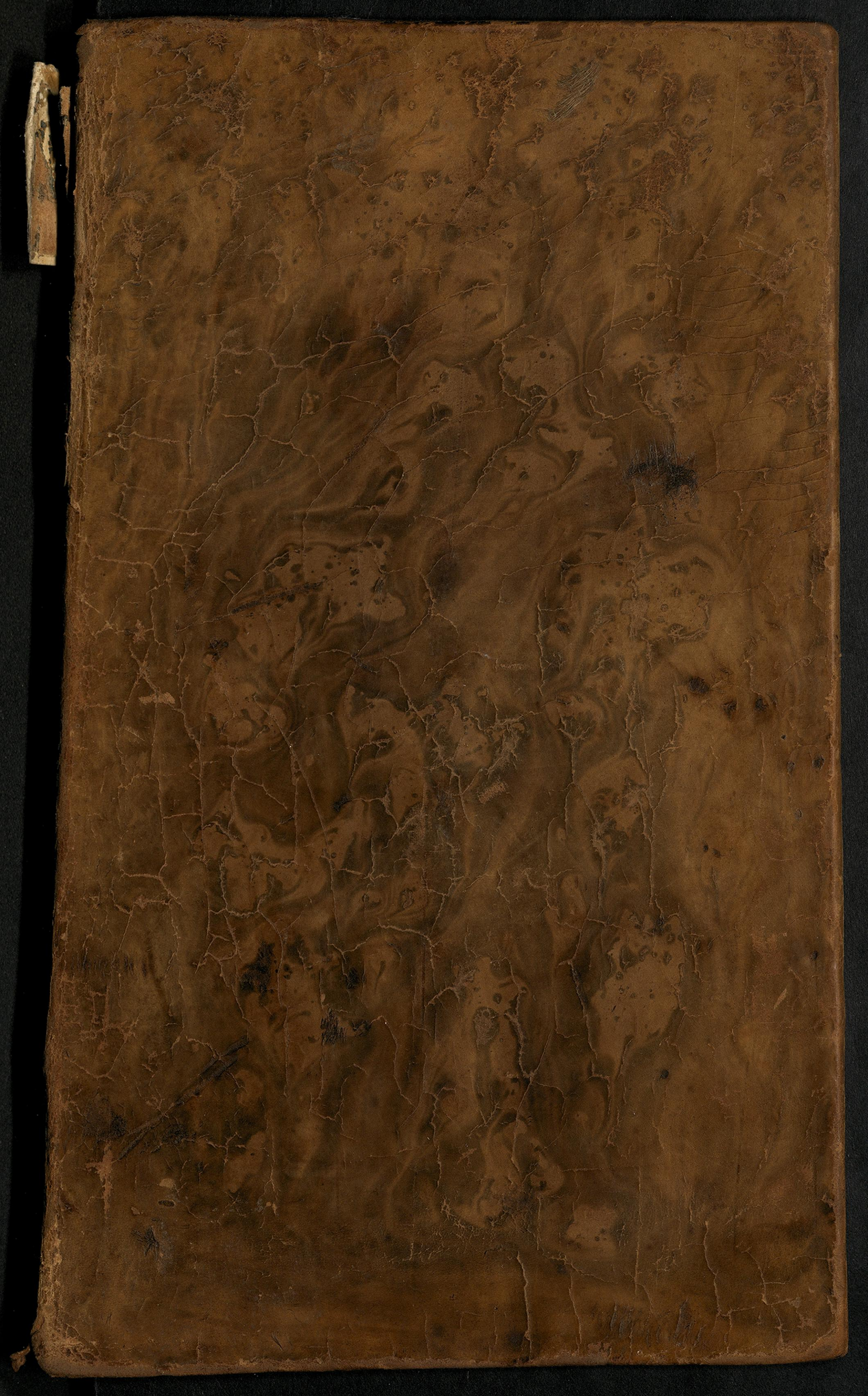



№ Сочинения 1791.
№ Волюма 14788.
№ Шкапа 28.
№ Полки 9.
БИБЛIОТЕКА ГЕНЕРАЛЬНАГО ШТАБА

ІОГ. ФРИДЕРИКА

ВЕЙДЛЕРА

ГЕОМЕТРІЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ

И

ПРАКТИЧЕСКАЯ.

ПЕРЕВОДЪ СЪ ЛАТИНСКАГО.

Изданіе Второе,

Исправленное и умноженное многими нужными прибавленіями.



МОСКВА.

ВЪ Типографіи Компаніи Типографической,

1787.

НАСТАВЛЕНІЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХЪ

ПРЕДУВѢДОМЛЕНІЯ,

ИЛИ

ОПИСАНІЕ ВООБЩЕ

О

МАТЕМАТИКѢ

И

ЕЯ ЧАСТЯХЪ

И О СПОСОБѢ

Математическомъ.

---

§. 1.

Коликимъ (Quantum) называется всякая вещь, которая увеличена и уменьшена быть можетъ.

§. 2.

Содержаніе (Ratio) есть взаимное отношеніе между собою коликихъ одинакаго роду, въ разсужденіи количества.

§. 3.

Количество (Quantitas) есть опредѣленное содержаніе коликихъ одинакого роду. На пр. когда число сравнивается съ единицею, и опредѣляется, сколько оное сію въ себѣ содержитъ: то чрезъ сіе количество числа познается. Или, когда прямая линѣя извѣстной длины принимается за единицу, и сравнивается съ другою большею прямою жъ линѣею. Ибо количество большей линѣи опредѣляется тѣмъ, когда извѣстно будетъ, сколько разъ большая линѣя содержитъ въ себѣ меньшую.

§. 4.

И такое изслѣдованіе содержанія вещей количихъ, змѣреніемъ (Menſio), а само меньшое количое, которое сравнивается съ большимъ, мѣрою (Menſura) того называется.

§. 5.

Науки, кои показываютъ сравненіе и измѣреніе вещей количихъ, вообще называются *наставленія Математическія* (Inſtitutiones matheſcos) или *Математика* (Matheſis) *есть наука о количествѣ*; и кажется, что сіе общее имя науки, какъ для древности, такъ и для точнаго доказательства всякой истинны, дано тѣмъ наукамъ, и соблюдено было отъ потомковъ.

§. 6.

А какимъ образомъ раздѣлять Математическія науки, въ разсужденіи самой вещи, которая въ нихъ преподается, то показываетъ разсматриваніе самой вещи. Ибо два только суть рода количихъ. Нѣкоторыя изъ нихъ состоятъ изъ частей между собою не соединенныхъ, или раздѣльныхъ; а другія изъ частей соединенныхъ. Въ разсужденіи первыхъ, *количество раздѣльное* (Quantitas diſcreta), или *число* (Numerus) и *множество* (Multitudo); а въ разсужденіи послѣднихъ, *количество непрерывное* (Quantitas continua), или *протяженіе* (Extenſio) и *величина* (Magnitudo) называется.

§. 7.

О количествѣ раздѣльномъ, или числѣ, (1) *Ариѳметика* (Arithmetica); о количествѣ жъ непрерывномъ, или протяженіи, (2) *Геометрія* (Geometria) толкуетъ. Изъ сихъ двухъ частей состоитъ *Математика чистая* (Matheſis pura), въ которой преподаются собранныя изъ подобій вещей, и отъ матеріи отдѣленныя всеобщія понятія количихъ.

§. 8.

И такъ къ Математикѣ чистой принадлежитъ также (3) *Ариѳметика всеобщая* (Arithmetica vniuerſalis)

ſalis), или *Аналитика* (Analyſis); поколику въ не показывается способъ находить коликія, помощі сравненія и общаго исчисленія. Сію на концѣ пол жить за благо разсуждено для того, дабы разум нашъ, будучи на передъ нѣсколько въ силу приве денъ, и укрѣпленъ знаніемъ Математическихъ ис тиннъ, могъ и скорѣе понимать способы ея, и упот реблять оные въ свою пользу съ лучшимъ успѣ хомъ.

§. 9.

Но какъ Математика, во первыхъ способствуетъ къ распространенію и изъясненію естественной науки, потому, что количество есть свойство всѣмъ тѣламъ общее; того для давно уже на сей конецъ какъ Египтяне, такъ и Греки въ ней упражнялись. И такъ оттуда получила свое начало *Математика смѣшенная* (Matheſis applicata ſive mixta), которая нѣкоторыя главы Физики, помощію чистой Математики, въ видъ науки обращенныя, въ себѣ содержитъ. Такимъ образомъ Геометрія, употребленная въ помощь для измѣренія линѣй, или лучей свѣта, произвела (4) *Оптику* (Opticam), которая, по причинѣ троякаго различія свѣта, составляетъ также три части, то есть, *Оптику* (Opticam), собственно такъ названную, о прямыхъ лучахъ свѣта; *Катоптрику* (Catoptricam), объ отраженныхъ, и *Діоптрику* (Dioptricam) о преломленныхъ лучахъ. такжe Оптика, будучи соединена съ началами Ариѳметики, Геометріи и особенными опытами, полагаетъ основанія (5) *Астрономіи* (Aſtronomiae), или наукѣ о движеніи, величинѣ и разстояніи звѣздъ, и о взаимныхъ ихъ положеніяхъ. Изъ Астрономіи жъ выводятся главнѣйшія начала, нужныя для измѣренія земли, то есть, для сочиненія (6) *Географіи* (Geographiam), и другія истинны, кои служатъ для измѣренія и раздѣленія времени; откуда (7) *Хронологія* (Chronologia) и (8) *Гномоника* (Gnomonica) получили свое начало.

ало. Равнымъ образомъ чрезъ Ариѳметику и Геометрію, наука о движеніи и тяжести тѣлъ исправляется, и получаетъ приращеніе; по чему Математика мѣшенная содержитъ въ себѣ также и (9) *Механику* (Mechanicam), или общую науку о движеніи тяжелыхъ тѣлъ; также (10) *Идростатику* (Hydroſtaticam), или специальную науку о сысканіи вѣсу, какъ жидкихъ, такъ и твердыхъ тѣлъ, которыя поверьхъ жидкаго тѣла или плаваютъ, или въ ономъ утопаютъ, и (11) *Аерометрію* (Aërometriam), или *Аеростатику* (Aëroſtaticam), о измѣреніи жидкаго воздушнаго тѣла, и (12) *Идравлику* (Hydraulicam), которая принадлежитъ особливо до движенія и возвышенія жидкихъ тѣлъ. Наконецъ, ежели къ доводамъ чистой Математики присовокуплены будутъ другія, кои или Механика, или опытъ въ томъ родѣ производитъ, составляются изъ того Архитекторскія науки, то есть, (13) *Архитектура Гражданская* (Architectura civilis), и (14) *военная* (Militaris), изъ коихъ одна показываетъ, какъ украшать городъ строеніями; а другая, какъ защищать и укрѣплять оной противъ непріятельскаго нападенія.

§. 10.

И такъ изъ показаныхъ четырнатцати частей состоитъ цѣлая Математика, какъ *чистая*, такъ и *смѣшенная*. Ибо *Тригонометрія плоская* и *сферическая*. (Trigonometria plana, & ſphaerica) составляютъ особливыя главы въ Геометріи о исправномъ рѣшеніи плоскихъ и сферическихъ треугольниковъ, такъ что знавъ три части треугольника, можно будетъ сыскать и прочія. *Музыка жъ* (Muſica) опускается, которая еще въ древнія времена отъ послѣдователей Пиѳагоровой Философіи причислена была къ Математическимъ наукамъ. См. комменш. Прокл. къ Эвклид. стран. 11. издан. на Греч. язык. въ Василевѣ I. Герваг. Ибо она немногія токмо начала заимствуетъ изъ Ариѳметической науки о пропорціяхъ,

порціяхъ, но болѣе въ томъ способствуетъ разумъ и острота мастера, которой умѣетъ многими разными образами перемѣшивать пріятные звуки.

§. 11.

Исторія о математикѣ кратко предложена быть не можетъ. Чего для объ оной при началѣ каждой части весьма пристойно и упоминается. Прочее жъ въ самомъ преподаваніи вездѣ дополняется приведеніемъ изобрѣтеній Математиками учиненныхъ. Однако здѣсь надлежитъ упомянуть о томъ, что мы ни чего извѣстнаго не имѣемъ объ Авторахъ и первыхъ изобрѣтателяхъ Математики. Греческіе писатели свидѣтельствуютъ, что Египтяне и Халдеи еще въ древнія времена знаніемъ сихъ наукъ славны были, и сказываютъ, что они изобрѣли Геометрію, когда межи полей, отъ ежегоднаго наводненія рѣки Нила, въ непорядокъ приведенныя, возобновлять старались. См. Геродот. книг. 2. стран. 68. Стеф. Прокл. кн. 100. стран. 19. Но сіи, то есть, Халдеи занимались паче на блюденіемъ звѣздъ, и изобрѣтеніемъ Астрономіи похвалу себѣ заслужили. См. Діодор. Сицил. *Библіот. истор.* кн. 2, гл. 3. Отъ Египтянъ же, *Ѳалесъ* и *Пиѳагоръ*, въ началѣ шестаго вѣка, прежде Эры Христіанской, перенесли Математическія науки въ Грецію, которыя привели Греки въ лучшей порядокъ, и умноживъ оныя, письменно предали потомкамъ. Въ чемъ сверьхъ прочихъ Александрійскіе Математики, и ихъ ученики, *Эвклидъ*, *Аполлоній*, *Архимедъ*, *Гиппархъ*, *Ѳеодосій*, *Птоломей*, *Діофантъ*, *Ѳеонъ*, *Евтоцій*, *Паппъ*, и другіе похвалу себѣ заслуживаютъ. Въ Александрійской школѣ сіи науки послѣ Рождества Христова нѣсколько еще вѣковъ процвѣтали, пока отъ нападенія Арановъ любители тѣхъ наукъ не разбѣжались по разнымъ мѣстамъ. Между тѣмъ и сами Арапы любили Математическія науки, и по тому славнѣйшія Грековъ сочиненія перевели они на свой языкъ, и распространили оныя до Европейцовъ, прежде

де, нежели симъ извѣстны были Греческія сочиненія. Но наконецъ Европейцами, послѣ того, какъ у нихъ возстановлены были науки, вся Математика, по разсмотреніи природныхъ сей наукѣ источниковъ, чуднымъ образомъ исправлена была, и множайшими дополненіями умножена такъ, что нынѣ совсѣмъ новой видъ имѣетъ. Впрочемъ исторію о древней Математикѣ обстоятельнѣе можно знать изъ книгъ Діогена Лаерція о *жизни Философовъ*, а особливо изъ Θалеса и Пиθагора, также изъ вышепомянутыхъ Прокла Діадоха коммент. на первую книгу Эвклидову. Между новѣйшими жъ объ оной вообще знать даютъ, Петръ Рамъ *школъ Математ.* кн. 1. Іос. бланканъ въ *Хронологіи Математиковъ*. Г. І. Воссій въ трактѣ *о свойствѣ и учрежденіи Математики*, и К. Ф. Миллієтъ Дешале въ тракт. *о приращеніи Математики и о славныхъ Математикахъ*. том. І. Матем. курс.

§. 12.

Порядокъ, которой имѣютъ и наблюдаютъ учители Математики, какъ въ доказательствѣ истиннъ такъ и въ сочиненіи наукъ, называется *Математическимъ способомъ* (Mathodus Mathematica). Вся сила сего порядка состоитъ въ томъ, чтобъ дѣлать начало отъ первыхъ и самыхъ легчайшихъ понятій о вещахъ количихъ, и оттуда выводить первыя истинны; а изъ сравненія и соединенія сихъ между собою, находить новыя втораго роду предложенія, и все въ самомъ преподаваніи располагать такъ, чтобъ начала послѣдующихъ предложеній содержались въ предъидущихъ. О которомъ способѣ разсуждая Цицеронъ, въ кн. 5. гл. 28. *о концѣ добра и зла*, говоритъ: *въ Геометріи, естьли допустить первое: то уже все допускать должно.*

§. 13.

Чтобъ соотвѣтствовать законамъ сего правила: то надлежитъ, какъ сказано, производить начало отъ первыхъ о вещахъ понятій, въ разсужденіе прина-

нимаемыхъ, и о томъ прилѣжно стараться, дабы оныя надлежащимъ образомъ изображаемы были, и никакому сомнительству и темнотѣ не подлежали: и какъ различія понятій во первыхъ обстоятельно изъяснилъ Лейбницій Act. erud. 1684. год. стран. 537; того ради объ оныхъ нѣчто здѣсь объявить можно. *Понятіе* (notio) есть представленіе, или воображеніе вещи въ умѣ. То понятіе называется *яснымъ* (clara), которое довольно къ распознанію какой вещи, и къ различенію оной отъ другихъ; *темнымъ же* (obscura) которое не довольно къ распознанію какой вещи. Но ясность понятія увеличивается тѣмъ, естьли понятіе сверьхъ того будетъ *подробное* (distincta) то есть, когда имѣемъ мы ясныя понятія о тѣхъ примѣтахъ кои, во время какого воображенія, намъ представляются; сему противополагается понятіе *збивчивое* (confusa), въ которомъ не достаетъ ясныхъ понятій о тѣхъ примѣтахъ. На послѣдокъ ясность понятія бываетъ совершенная, естьли оно сверьхъ того будетъ *полное* (adaequata), то есть такое, въ которомъ будутъ находиться ясныя и при томъ подробныя понятія о примѣтахъ, соединяющихся для воображенія онаго; но когда ихъ не достаетъ, тогда, хотя понятіе ясное и подробное бываетъ, токмо *не полное* (inadaequata) отъ Лейбниція называется.

§. 14.

Изъясненіе о понятіяхъ въ Математикѣ содержатъ *опредѣленія* (Definitiones), которыя во всякой наукѣ занимаютъ первое мѣсто. Какая жъ какого Математическаго опредѣленія сила должна быть, о томъ изъ вышесказаннаго ясно знать можно. То есть, стараться надлежитъ, чтобъ о всякой вещи, которая принимается въ разсужденіе совершенныя, ясныя, подробныя, и сколько можно, полныя понятія дѣланы были. Опредѣленія суть двоякаго рода: одно *опредѣленіе имени* (Definitio nominalis), въ которомъ исчисляются знаки, довольные для различія

вещи отъ другихъ; другое *опредѣленіе вещи* (Definitio realis), въ которомъ показывается начало вещи, отъ котораго свойство ея зависитъ. Обоего рода опредѣленія составляются, разсуждая прилѣжно какъ общія, такъ и собственныя свойства вещей, понеже изъ оныхъ выводится понятіе о родѣ, а изъ сихъ о видѣ, или различіи специальномъ. Но какъ видъ яснѣе разумѣть можно, естьли способъ, чрезъ которой вещь получила бытіе, будетъ извѣстенъ; того ради надлежитъ имѣть стараніе о томъ, чтобъ объ ономъ ежели можно, понятіе приобрѣсть. Что въ Математическихъ доводахъ лучше, нежели въ другомъ мѣстѣ обыкновенно удается. Гдѣ жъ происхожденія вещи со всѣмъ узнать не можно: то въ такомъ случаѣ довольно только имѣть свойства ея извѣстныя, и опредѣленіе, которое изъясняетъ оныя свойства и существенныя качества, между тѣмъ почитается за опредѣленіе вещи. См. Борров. Матем. Лекц. 7 стран. 309.

§. 15.

За опредѣленіями слѣдуютъ *аксіомы* (Axiomata), то есть, первыя истинны, которыя тотчасъ происходятъ изъ опредѣленій, и не требуютъ особливаго доказательства.

§. 16.

Къ симъ аксіомамъ древніе обыкновенно присовокупляли, или напереди ихъ полагали *требованія* (Postulata), чрезъ которыя отъ читателей требовали того, дабы они понятіе, о коликихъ въ умѣ представленныя, или отвлеченныя, по приличности чрезъ нѣкоторое подобіе, глазами видимое, изображали. И сіе дѣлали для того, чтобъ не совершенства знаковъ, или изображеній не были отъ нихъ приписываемы отвлеченнымъ понятіямъ, и тѣмъ бы самымъ не портили они доказательства. Какъ на пр. Эвклидъ въ началѣ Элементовъ требуетъ, чтобъ можно было провести, или продолжить линею. Но понеже доказа-

зательство не къ не достаточнымъ линеямъ, которыя проводятся грифилемъ, но къ отвлеченнымъ и въ умѣ представленнымъ, и недостатка не имѣющимъ относится, и черченіе, или изображеніе линей, или числа дѣлается для одной токмо способности воображенія, и для вспоможенія внятнѣйшаго размышленія, котораго вспоможенія познанія справедливой читатель нимало не будетъ охуждать; того ради слѣдуетъ, что требованіе, безъ урону Математическаго доказательства, опущены быть могутъ. Проклъ въ книгѣ 100 въ гл. 22 объявляетъ, что требованія прежде сего также назывались *положенія* (hypotheses).

§. 17.

Послѣ опредѣленій и аксіомъ слѣдуютъ *теоремы* (Theoremata), или истинны втораго роду, помощію которыхъ дѣлается сравненіе множайшихъ опредѣленій и аксіомъ.

§. 18.

Но какъ познаніе Математическихъ истиннъ должно быть полезное; того ради оныя потомъ относятся къ рѣшенію нѣкоторыхъ практикъ, и такія предложенія, которыя учатъ сношенію истиннъ съ рѣшеніемъ какого дѣла, называются *задачи* (problemata).

§. 19.

Изъ Теоремъ иногда познаваются *прибавленія* (Consectaria), или непосредственно слѣдующія изъ теоремъ истинны, которыя не утверждаются особливымъ доказательствомъ, но ясно изъ доказанныхъ уже происходятъ. Такія прибавленія могутъ присовокупляемы быть и къ задачамъ, когда изъ предложенной практики другая притомъ явствуетъ. Присовокупляются же и къ опредѣленіямъ, и тогда уподобляются аксіомамъ.

§. 20.

Напослѣдокъ между предложеніями, о которыхъ до сихъ мѣстъ говорено, вездѣ находятся *примѣчанія* (Scholia), въ которыхъ преподаются нѣкоторыя при-

мѣчанія, служащія для довольнѣйшаго изъясненія сказанныхъ.

§. 21.

Сказано уже, что истинны втораго роду требуютъ доказательства. А сіе состоитъ въ разсужденіи, или въ Силлогизмѣ, помощію котораго, сравнивъ между собою понятія и истинны, какъ первыя, такъ и вторыя, прежде уже изъясненныя, и нужныя для уразумѣнія предложенія, доказывается то, что предложенная теорема справедлива, или нѣкоторая практика здѣлана надлежащимъ образомъ. Однако за ненужное почитается, чтобъ доказательства задачъ всегда въ особливости предлагаемы были. Ибо когда тѣхъ истиннъ, на которыхъ утверждается справедливость дѣйствія, связь извѣстна, то довольно, естьли объ оныхъ, или въ самомъ *рѣшеніи* (resolutione) (ибо такимъ образомъ называется исчисленіе правилъ, для составленія какого дѣла и рѣшенія практики служащихъ), кратко упомянуто будетъ, или для сокращенія, одни только числа тѣхъ параграфовъ, въ которыхъ содержатся основанія такой практики, приписаны будутъ. См. Вейгел. Тр. *о доказательствѣ Аристотелическо-Эвклидовомъ раздѣл.* 3.

§. 22.

На концѣ теоремъ древніе обыкновенно прилагали слѣдующую формулу: *что надлежало доказать* (quod erat demonſtrandum); а послѣ задачъ полагали такое заключеніе: *что надлежало здѣлать* (quod erat faciendum). То есть, чтобъ перддоженія теоретическія и практическія различены были между собою нѣкоторымъ знакомъ; естьли жъ въ самомъ началѣ тотчасъ упомянуто будетъ объ имени теоремы, или задачи: то по справедливости выпускаются оныя заключительныя формулы.

§. 23.

Кромѣ сихъ названій, которые при толкованіи Математическихъ доводовъ употребляются, иногда слу-

случается имя *Леммы* (Lemmatis), которая означает вспомогательное, доказательства требующее предложение, для одного, или множайших слѣдующих предложений принимаемое. Из чего явствует, что в разсуждении всей взятой какой науки, многія предидущія истинны будут Леммы послѣдующих; однако между тѣм названіе Леммы не безприлично приписывается тому предложенію, которое не принадлежит к настоящему мѣсту, но берется из другаго, и употребляется для уразумѣнія нѣкоторых теорем, или задач. О употребленіи Лемм древних Математиков упоминает Прокл на стран. 58.

§ 24.

Все, что до сего мѣста еще ни было говорено о способѣ Математиков, во первых служит в чистой Математикѣ, которой содержанію свойственна такая ясность, что при истолкованіи онаго могут наблюдены быть законы обстоятельнѣйшаго и совершеннѣйшаго порядка. Но в смѣшенной Математикѣ не рѣдко нѣчто надлежит опускать из оной строгости доказательств, когда по причинѣ происходящей из самых вещей неясности не можно будет имѣть ясных опредѣленій и аксіом. Чего ради, хотя и будем стараться о том, чтоб в оной употреблять тот же порядок, которой употребляем и в чистой Математикѣ; однако иногда другія предложенія сверьх помянутых, то есть, положенія и примѣчанія надлежит присовокуплять к первым.

§. 25.

Но положенія суть на подобіе требований, которыя в сомнительной вещи выводятся из достовѣрных признаков, и до тѣх пор почитаютяс за справедливыя, пока об оной лучшаго и извѣстнѣйшаго свѣденія не будет получено. Как на пр. в Астрономіи принимаем такой вид небеснаго положенія, какой лучше приличествовать находим чрез опыты. Положенія обыкновенно называются

так-

также произвольныя положенія, чрезъ которыя опредѣляются, или раздѣляются неизвѣстныя мѣры особенныхъ количествъ, какъ на пр. въ Арифметикѣ сумма десяти единицъ принимается за начальное основаніе большихъ количествъ, или, когда знакамъ чиселъ дается знаменованіе по мѣсту такъ, что одно и тоже число иногда значитъ десятки, иногда сотни, тысячи и другія большія суммы. Или, когда въ Геометріи извѣстная величина фута, сажени и проч. принимается, и раздѣляется на меньшія части.

§. 26.

Примѣчанія (obſeruationes) въ смѣшенной Математикѣ не что иное суть, какъ *явленія* (phoenomena), или дѣйствія вещей натуральныхъ, дознанныя опытами, изъ которыхъ выводятся нѣкоторыя прибавленія о свойствѣ и видѣ самой той вещи. Чего ради такія предложенія, понеже утверждаются на чувствахъ, въ наставленіяхъ смѣшенной математики, гдѣ, смотря по дѣйствіямъ, надлежитъ разсуждать о причинахъ, почитаются вмѣсто Аксіомъ, и получаютъ большую ясность отъ неусыпнаго старанія и примѣчанія обстоятельствъ. Но пространнѣйшее изъясненіе математическаго способа учинилъ Сл. Вольфъ въ особливомъ своемъ разсужденіи, которое при началѣ начальныхъ основаній всеобщей Математики, изданныхъ на Латинскомъ языкѣ, читать можно.

О пользѣ Математики справедливо и важно разсуждаетъ Меланѳонъ къ Альфрагану. *Коль*, говоритъ *справедливѣе, со всякимъ раченіемъ склонять и поощрять добрые разумы къ Математическимъ наукамъ, коихъ познаніе и само чрезъ себя свободное, и приноситъ многія пользы въ жизни сей, и дѣлаетъ умы привычными къ сниканію доказательствъ, и къ любленію истинны, которая добродѣтель во первыхъ по справедливости приличествуетъ ученому человѣку, которой упражняется въ наукахъ и разсматриваніи важнѣйшихъ вещей.*

АРИѲ-

АРИѲМЕТИКА

ГЛАВА ПЕРВАЯ

Содержитъ общія опредѣленія и аксіомы, которыя выводятся оттуда.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. 1. *Единица* (Unitas) есть, въ разсужденіи которой, все то, что есть, называется *однимъ*. Или, единица означаетъ всякую вещь, которая какъ бы одна и нераздѣльна принимается въ разсужденіи.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ II.

§. 2 *Число* (Numerus) есть множество изъ единицъ составленное.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ III.

§. 3. *Ариѳметика* (Arithmetica) есть наука о сравненіи чиселъ, и оттуда происходящихъ разныхъ ихъ свойствъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IV.

§. 4. Ариѳметика раздѣляется на *теоретическую* (Theorcticam) и *практическую* (Practicam); *теоретическая* показываетъ свойства чиселъ сравненныхъ, а *практическая* употребленіе оныхъ при рѣшеніи разныхъ задачь; или, *практическая Ариѳметика* есть способъ, показывающей исправное и сокращенное употребленіе чиселъ.

ПРИМИЧАНІЕ.

§. 5. Обѣ вмѣстѣ толкуются въ сихъ наставленіяхъ какъ для того, понеже удобнѣе дѣлается рѣшеніе задачь,

есть,

естьли бываетъ сношенiе съ вышеобявленными началами, такъ и для того, понеже практика дѣлаетъ теорiю увеселительнѣйшею. Впрочемъ Ариѳметика должна имѣть первое мѣсто между математическими науками, поелику и величина, такъ какъ множество частей, разсуждаема и числами изображаема быть можетъ, и слѣдовательно польза науки исчисленiя весьма пространно разливается по всей математикѣ.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ V.

§. 6. *Равныя* (Aequalia) суть, которыя, въ разсужденiи количества, точно сходствуютъ между собою. Такiя количества впредь означаться будутъ двумя параллельными линѣями =. *Неравныя* (Inequalia) суть, которыя между собою разнствуютъ величиною, то есть, когда часть одного равняется другому цѣлому.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ VI.

§. 7. *Большее* (Maius) есть, котораго часть равна другому цѣлому. *Меньшее* (Minus) есть, которое равняется части другаго. Знакъ *большинства* (Maioritatis) есть >, а *меньшинства* (Minoritatis) <.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ VII.

§. 8. *Подобныя* (Similia) называются, коихъ знаки, по которымъ они различаются, сходствуютъ, такъ что разспознаны быть не могутъ, естьли самымъ дѣломъ не будутъ сравнены между собою. На пр. пропорцiональныя числа 1 къ 2 и 3 къ 6, которыя имѣютъ одинакой знакъ своего содержанiя, могутъ назваться подобными, ибо въ обоихъ мѣстахъ есть двойное содержанiе. Знакъ подобныхъ есть ∽.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ VIII.

§. 9. *Число измѣрять число* (Numerus numerum metiri) называется, когда меньшее число, нѣсколько разъ взятое, равно бываетъ большому числу.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IX.

§. 10. *Часть* (Pars) есть число числа, или меньшая доля большаго количества. Есть или *нѣсколькая* (Aliquota), которая, нѣсколько разъ взятая, измѣряетъ большее количество, и оному равняется; или *нѣколикая* (Aliquanta), которая не измѣряетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ X.

§. 11. *Цѣлымъ* (Totum) называется количество, относительно къ частямъ, кои оно въ себѣ содержитъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XI.

§. 12. *Подобныя части нѣсколькія* (Similes partes aliquotae) суть, кои равно измѣряютъ свои цѣлыя; или которыя въ своихъ цѣлыхъ нѣсколько разъ содержатся по равну. На пр. 2 и 3 суть подобныя части чиселъ 4 и 6, по колику каждая изъ нихъ дважды содержится въ своемъ цѣломъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 13. *Подобныя части нѣколикія* (Similes partes aliquantae) суть, изъ коихъ одна содержитъ въ себѣ столькоже, сколько другая, нѣсколькихъ частей своего цѣлаго. На пр. части 4 и 6, будучи сравнены съ 10 и 15, суть подобныя. Ибо хотя ни одна изъ нихъ не измѣряетъ соотвѣтствующаго цѣлаго; однако каждая содержитъ въ себѣ двѣ подобныя нѣсколькія, тоесть, пятыя части цѣлаго, къ которому относится.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

§. 14. *Соизмѣримыя* (Commensurabiles) количества суть тѣ, которыя измѣряетъ общая мѣра; *несоизмѣримыя* (incommensurabiles) суть, коихъ не измѣряетъ общая мѣра (§. 196. Геом.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIV.

§. 15. *Ровное* (par) число есть, которое содержитъ въ себѣ два ровныя цѣлыя. *Неровное* (im-

 per)

par) есть, которое единицею разнствуетъ отъ ровнаго.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XV.

§. 16. *Ровно ровное* (pariter par) есть, которое измѣряется ровнымъ чрезъ ровное. *Ровно неровное* (pariter impar) есть, которое измѣряется ровнымъ чрезъ неровное. *Неровно неровное* (impariter impar) есть, которое измѣряется неровнымъ чрезъ неровное.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVI.

§. 17. *Первое число* (primus numerus) есть, которое измѣряется одною единицею; *сложное* (compositus), которое измѣряется другимъ числомъ, кромѣ единицы.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVII.

§. 18. *Первыя между собою* (primi inter ſe) числа суть, которыя не имѣютъ общей мѣры, кромѣ единицы. На пр. 8 и 15. *Сложныя между собою* (compoſiti inter ſe) числа суть, которыя имѣютъ общую мѣру, кромѣ единицы. На пр. 9, 12, 15, всѣ имѣютъ одну мѣру 3.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

§. 19. *Число совершенное* (Numerus perfectus) есть, которое равно всѣмъ своимъ мѣрамъ. На пр. 6 = 3. 2. 1. своимъ частямъ. Такіяжъ суть 28, 496. 8128. и проч. *Способъ, какъ находить совершенныя числа, показываетъ Эвклидъ* IX. 36. *См. притомъ Мерсен. предувѣд. мнѣн. физико. Матем. Нум.* 9. *и Таквст. Ариѳ. кн.* 111. *стран.* 119. Изъ показанныхъ опредѣленій поисходятъ слѣдующія

АКСІОМЫ.

I. §. 20. Единица измѣряетъ всякое число чрезъ единицы, кои въ немъ находятся.

II. §. 21. Всякое число измѣряетъ само себя чрезъ единицу.

II. §. 22. *Тоже количество равно самому себѣ.*

IV. §. 23. *Равныя между собою могутъ перемѣняться, и одно на мѣсто другаго поставлено быть можетъ.*

V. §. 24. *Количества, равняющіяся одному третьему, равны между собою. (Таже Аксіома служитъ и въ разсужденіи подобныхъ количествъ, которыя, когда сходствуютъ съ однимъ третьимъ: то сходствуютъ и между собою).*

VI. §. 25. *Ежели къ равнымъ придашь равныя: то равныя и происходятъ.*

VII. §. 26. *Ежели отъ равныхъ отъимешь равныя: то равныя и остаются.*

VIII. §. 27. *Изъ неравныхъ одно больше, а другое меньше.*

IX. §. 28. *Цѣлое есть больше всякой своей части.*

X. §. 29. *Цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ.*

XI. §. 30 *Тѣ числа равны, кои суть одинакія части тогожъ числа; на пр. половинныя, третія, и проч. Тѣ числа равны, кои суть одинакія части равныхъ чиселъ.*

XII. §. 31. *И тѣ количества, коихъ одинакія нѣсколькія части равны между собою; или, коихъ на равныя числа умноженныхъ произведенія равны, суть равны между собою.*

XIII. §. 32. *Число, которое есть мѣрою другаго числа, измѣряетъ и всѣ другія, коихъ мѣрою есть то другое число.*

ГЛАВА ВТОРАЯ.

О исчисленіи, сложеніи, вычитаніи, умноженіи и дѣленіи чиселъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIX.

§. 33. *Исчисленіе* (Numeratio) есть способъ изображать числа пристойными знаками, и выговаривать оныя извѣстными именами.

ПОЛОЖЕНІЕ I.

§. 34. Вмѣсто знаковъ чиселъ, принимаются общіе десять 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, изъ которыхъ первые девять, щитая отъ одного до девяти, означаютъ первые суммы единицъ, а послѣдней знакъ, которой *нулемъ* (Cifra, vel zerus) называется, хотя одинъ онъ и не означаетъ никакой суммы; однако, будучи приданъ къ другимъ знакамъ отъ правой руки, увеличиваетъ знаменованіе и силу оныхъ, какъ о томъ послѣ сего изъяснено будетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 35. Знаки, для означенія чиселъ, прежде сего многіе народы брали изъ азбучныхъ литеръ. Однако Римляне означали первыя единицы четырьмя прямыми линеями, I, II, III, IIII. будто бы столькими пальцами; пять же единицъ на подобіе руки V, а десять на подобіе удвоенной руки X изображали. Прочіе знаки, кои въ употребленіи были у Римлянъ C, L, CIƆ, IƆ, изъ начальныхъ литеръ сотень и тысячь знаками здѣлались. Между тѣмъ, понеже употребленіе такихъ знаковъ весьма не способно было: то они, для сложенія и вычитанія болшихъ суммъ, употребляли щотную доску съ гвоздиками, которую, кромѣ другихъ, описываетъ М. Вельсеръ въ комментъ. Август. сочин. стран.

221

221. О началѣ жъ общихъ знаковъ ученые люди имѣютъ не одинакое мнѣніе. Нѣкоторые почитаютъ изобрѣтателями оныхъ Индѣйцовъ, или Араповъ. Максимъ Планудій Грекъ, XIII вѣка писатель, коего находится въ свѣтѣ книга εἰσαγωγὴ εἰς τὴν κατ' ἰνδοὺς μεγάλην ψῆφον, которую я нашелъ въ Оксфуртѣ между книгами MS. отъ Кромвелла въ библіотеку Бодлеянскую подаренными числомъ 297 въ толкованіи Ариѳметики употребляетъ общіе, знаки, и не сомнѣвается изобрѣтеніе оныхъ приписывать Индѣйцамъ. Но понеже отъ Араповъ оные знаки получили Европейцы около одиннатцатаго, какъ можно вѣрить, вѣка: то потому и называются они Арабскими. Валлизій том. II. сочин. стран. 16, думаетъ, что Герберть Флорентинецъ, которой напослѣдокъ былъ подъ именемъ Сильвестра, II. Папы Рим. отъ сотвор. міра 999. года, перевезъ оные знаки отъ Сарацынъ къ Европейцамъ. Сами Арапы утверждаютъ, что сіи знаки произошли отъ круга, на четыре четверти раздѣленнаго. См. КИРХЕР. Ариѳмолог. стран. 42. БАЙЭРЪ, Ст. Петербургской Академикъ, въ тракт. о вашмѣніи Китайскомъ, стран. 30. думаетъ, что оные знаки отъ Китайцовъ къ Индѣйцамъ, а отъ сихъ къ прочимъ народамъ перешли. Иные сравниваютъ изображенія оныхъ съ первыми Греческими литерами, въ такомъ порядкѣ поставленными α. β. γ. δ. ε. σ. ζ. η. θ. ο. понеже они сходствуютъ съ сими литерами, и потому изобрѣтеніе числительныхъ знаковъ приписываютъ Грекамъ, и утверждаютъ, что сіи оттуда, съ самою наукою исчисленія, перешли къ восточнымъ народамъ. См. Гуец. доказ. Евангел. предл. IV. гл. 13. стран. 252. притомъ егожъ соч. гл. 48. И сіе мнѣніе кажется вѣроятно, понеже подобные знаки находятся и въ самыхъ древнихъ писателяхъ. Самъ я нашелъ въ Апотелезматикѣ Павла Александрійскаго, которая въ IV. вѣкѣ писана, нѣкоторые знаки, какъ то, три, шесть и девять, а больше того нашелъ въ рукописной книгѣ Ранцовіановой; но перемѣнилъ издатель книги Андр. Шато. См. примѣч. его. Стран. 2. Десять же знаковъ употребляемымъ весьма подобныхъ исчисляетъ и за изобрѣтеніе Пиѳагорейцовъ почитаетъ; употребляеніе, оныхъ въ Ариѳметикѣ описываетъ

Боеѳій въ Геом. какіе знаки можно видѣть не токмо въ древней сего сочиненія книгѣ MS, которая находится въ библіотекѣ Альторфинской, но и въ первомъ изданіи соч. Боеѳ. которое вышло въ Венеціи 1492 год. въ листѣ. Впрочемъ сіи знаки употребляются по всему востоку, у Персовъ, Могольцовъ, Татаръ и у Китайцовъ, такъ какъ я сіе въ особливой диссертаціи, объ общихъ знакахъ чиселъ, изданной 1727. год. доказалъ. О употребленіи жъ сихъ знаковъ у Европейцовъ, пишутъ КОНРИНГ. d. diplom. Lindavienſi. стран. 318 и Мабиллонъ de re diplomatica, к. II. гл. 28. ВАЛЛИЗ и Луффкинъ in Lowthorpi Epit tranſact. Angl кн. I. стран. 107. и слѣд. Впрочемъ, что принадлежитъ до объясненія исторіи Ариѳметики, и что о знатнѣйшихъ ея писателяхъ, какъ древнихъ, такъ и новѣйшихъ объявить надлежитъ, о всемъ томъ въ лекціяхъ пространнѣе упомянуто будетъ.

ПОЛОЖЕНІЕ 2.

§. 36. Въ исчисленіи большихъ чиселъ первымъ основаніемъ есть *десятокъ* (Decas), которой естьли десять разъ повторенъ будетъ: то происходитъ *сто* (Centum), и изъ сотни, десять разъ взятой, дѣлается *тысяча* (Mille), потомъ десять тысячь, сто тысячь, тысяча тысячь, или *милліоны* (Milliones) слѣдуютъ; также десятки, сотни, тысячи милліоновъ, и десятки, сотни и тысячи тысячь милліоновъ, *билліоны* (Billiones), милліоны билліоновъ, *трилліоны* (Trilliones); милліоны трилліоновъ, *квадрилліоны* (Quadrilliones), и такъ далѣе, называются.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 37. Изъ чего явствуетъ, что въ исчисленіи всегда наблюдается десятерное содержаніе.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 38. Но самымъ дѣломъ видно, что такое исчисленіе по сложеннымъ десяткамъ есть положительное (къ принятію котораго, какъ видно, подали случай десять пальцовъ обѣихъ рукъ Витрв.). уИбо вольно было принять какую нибудь сумму, состоящую изъ не многихъ

гихъ единицъ, за начало и первое основанie. Тожe самое другie изъяснили примѣрами, Ерг. Вейгелiй изобрѣлъ Ариѳметическую тетрактику, и по четыремъ считать научилъ. Въ Аритологистикѣ стран. 362. и Матем. философ стран. 175. Лейбницiй отъ двухъ начинаетъ исчисленie, о которой Ариѳметической Дiадикѣ См. Histoire de l'Acad. R. des Sc. 1703 год. стран. 71. и Memoires того жъ года стран. 105. Буветъ Iезуита Французской, которой нѣсколько времени былъ въ Пекинѣ въ Китайскомъ Государствѣ, думалъ, что сей счетъ по двумъ служитъ для истолкованiя загадки древняго Китайскаго Царя и Философа Фоги, въ которой цѣлыя линеи съ половинными различно перемѣшиваются. Напослѣдокъ Байеръ въ кабинетѣ Китайскомъ кн. 2. стран. 96. и слѣд. показалъ, что сходнѣе съ истинною сie, что Китайцы, чрезъ цѣлыя и половинныя линеи различно соединенныя, хотѣли показать множество соединенiй вещей не многихъ, и симъ опытомъ дошли они до изображенiя простыхъ своихъ знаковъ. Объ обоихъ счетахъ пространно сказано въ Диссерт. о превосходствѣ Декадической Ариѳметики, чѣмъ она превосходитъ Текрактику и Дiадику, и о додекадическомъ счетѣ.

ПОЛОЖЕНIЕ 3.

§. 39. Чтобъ правильно изображать всякое множество вещей десятью оными знаками; то надлежитъ начинать отъ единицъ съ правой руки, а прочiя суммы десятковъ, сотенъ, тысячь, и другiя продолжающiяся къ лѣвой рукѣ, означать знаками, по порядку другъ задругомъ слѣдующими. Такимъ образомъ Ариѳметисты подражаютъ обыкновенiю писать восточныхъ народовъ, кои отъ правой руки къ лѣвой пишутъ литеры. Что все изъ приложеннаго примѣра яснѣе разумѣть можно.

Единицы. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
Десятки. 10. 20. 30. и проч.
Сотни. 100. 200.
Тысячи. 1000. 2000.
Д. тысячь. 10, 030. 20, 000.

С. тысячь. 100, 000. 200, 000.
Миллiоны. 1000, 000. 2000, 000.
Д. миллiоновЪ. 10, 000, 000.
С. миллiоновЪ. 100, 000, 000.
Т. миллiоновЪ. 1000, 000, 000.
Д. т. миллiоновЪ. 10, 000, 000, 000.
С. т. миллiоновЪ. 100, 000, 000, 000.
Биллiон. 10 0, 000, 000, 000.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§ 40. Наблюдая сiе правило, всякой знакЪ единицы получаетЪ знаменованiе десятка, сотни, тысячи и всякаго другаго числа, смотря по мѣсту, больше, или меньше, кЪ лѣвой рукѣ отдаленному.

ЗАДАЧА I.

§. 41. *Написать всякое число.*

РѢШЕНIЕ.

1. Начинай отЪ единицЪ, и отЪ оныхЪ поступая кЪ лѣвой рукѣ, пиши сотни, тысячи, десятки тысячь, сотни тысячь, миллiоны, и напослѣдокЪ всѣ тѣ суммы, кои требуется написать.

2. ГдѣжЪ одного, или больше классовЪ вЪ срединѣ находящихся, не дано будетЪ положительнымЪ числомЪ, тамЪ надлежитЪ написать одинЪ нуль, или больше. Сiи правила явствуютЪ, безЪ дальняго доказательства, изЪ полож. 3. (§. 39.). На пр. требуется написать слѣдующую сумму: шесть сотЪ пятьдесятЪ четыре тысячи, сто восемьдесятЪ девять: то оную будутЪ изображать слѣдующiе знаки: 654, 189.

ЗАДАЧА II.

§. 42. *Выговорить всякое число своими именами.*

РѢШЕНIЕ.

1. Раздѣли данную сумму, чрезЪ запятыя, на классы, начавЪ отЪ правой руки, такЪ, чтобы каждомЪ классѣ было потри знака.

2. НадЪ слѣдующимЪ, послѣ двухЪ классовЪ, числомЪ поставь также палочку, или запятую; послѣ четырехЪ,

двѣ;

двѣ; а послѣ шести, три. и такъ далѣе. Нижнія запятыя будутъ означать тысячи, а изъ верьхнихъ одна милліоны; двѣ, билліоны; три, трилліоны; а четыре, квадрилліоны и такъ далѣе.

3. Потомъ назови соотвѣтствующія числа именами выше (§. 39.) упомянутыми, и такимъ образомъ выговорена будетъ данная сумма. На пр. число.

III II I
18,446,744,073,709.551,611.

выговаривается такимъ образомъ: восмнатцать трилліоновъ, четыре ста сорокъ шесть тысячь, семь сотъ сорокъ четыре билліона, семьдесятъ три тысячи, семь сотъ девять милліоновъ, пять сотъ пятьдесятъ одна тысяча, шесть сотъ одинатцать.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 43. Естьли число восьмнатцать трилліоновъ, и проч. которое теперь предложено, взято будетъ о зернахъ жита: то оно означаетъ такое ихъ множество, что Стурмій думаетъ, что симъ житомъ 2,562,047 ноевыхъ ковчеговъ до самаго верьху наполнены быть могутъ. In math. iuuen. T. I. стран. 13. См. притомъ Валлиз. соч. T. I. стран. 151. Ѳео. Гиде. Tr. de ludis orientalibus prolegom. Находить даже число зернышковъ песчаныхъ, которое бы всему земному шару, или шару неподвижныхъ звѣздъ, по положенію взятому, равнялось, давно уже показалъ Архимедъ in arenario. Стран. 120. соч. См. притомъ Таквет. Арием. кн. V. гл. 4. теор. 21. Клавіев. Comment. in Bosci sph. Стран. 217.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XX.

§. 44 *Числа однородныя* (numeri homogenei) суть, которыя означаютъ подобныя части тогожъ цѣлаго; *разнородныя* (heterogenei), которыя означаютъ не одинакія части цѣлыхъ, различнымъ образомъ раздѣленныхъ. На пр. дни раздѣляются на 24 часа, часы на 60 минутъ; слѣдовательно числа дней и часовъ, суть

между собою разнородныя; числаж часов однородныя; также числа минут суть равномѣрно между собою однородныя.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XX.

§. 45. *Сложеніе* (additio), есть двух, или больше чисел в одну сумму собраніе. Знак сложенія иногда употребляется крест +, которой значит *плюсъ* (plus). Количество, которое производится чрез такое собираніе, *суммою* (ſumma, vel aggregatum) называется.

ТЕОРЕМА I.

§. 46. *Числа слагаемыя должны быть однородныя.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику из слагаемых чисел надлежит составить такое цѣлое, которое содержит в себѣ сложенныя числа, как части (§. 45.): то требуется, чтоб оныя части были между собою подобныя, кои к томуже цѣлому относятся. Ибо неподобныя, или разнородныя части относятся к разным цѣлым, или различно раздѣленным (§. 44.) слѣдовательно числа, в одму сумму слагаемыя, должны быть однородныя.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 47. Когдаж послѣ сего будет говорено о сложеніи разнородных чисел: то об оном должно имѣть такое понятіе, что в тѣх количествах, которыя составляются из разнородных классов, всегда складываются одинаковые сорты, и слѣдственно однородныя числа.

ЗАДАЧА III.

§. 48. *Сложить два числа, или больше.*

РѢШЕНІЕ.

1. Напиши данныя однородныя числа так, чтоб единицы под единицами, десятки под десятками, сотни под сотнями, и проч. находились, и под ними проведи линѣю.
2. Потом с праваго класса, так как с нижняго, начав, складывай числа всѣх классов, друг

над

надъ другомъ состоящія, въ одну сумму, и ставь каждую сумму единицъ подъ линѣею; а лишекъ сверьхъ девяти, содержащейся въ умѣ, всегда придавай къ ближайше слѣдующему отъ лѣвой руки, классу, то есть, ежели одинъ десятокъ будетъ въ излишествѣ отъ суммы единицъ: то къ ближайшей суммѣ приложи одну единицу; естьлижъ два, или три, и больше десятковъ будетъ въ излишествѣ: то приложи двѣ, три единицы, или больше къ слѣдующему классу.

3. Когда случатся одни нули, тогда вмѣсто суммы пишется нуль.

4. А когда надлежитъ складывать разнородныя числа: то и тогда сложеніе также начинается отъ самаго меньшаго сорта, и какъ произойдетъ сумма, составляющая ближайше большей сортъ, то къ слѣдующему сорту придается одна единица; естьлижъ въ суммѣ меньшаго сорта будетъ содержаться больше большихъ сортовъ: то и къ слѣдующему ближайше большему сорту придается больше единицъ, и сложеніе слѣдующихъ сортовъ равномѣрно продолжается до тѣхъ поръ, пока дойдешь до цѣлаго числа, коего всѣ единицы, по вышепоказанному правилу, складываются.

ПРИМѢРЪ 1.

	65708
	79203
сумма	144911

ПРИМѢРЪ 2.

	ценп.	либр.	унц.
	62.	85.	8
	32.	74.	7
	8.	0.	6
сумма	103.	69.	9

то есть одна либра содержитъ въ себѣ 12 унцій, а одинъ центнеръ, или сотовой вѣсъ, 100 либръ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже всѣ суммы, сверьхъ девяти единицъ, составляются изъ десятковъ (§. 36.); и всякая сумма въ десятерномъ содержаніи возрастаетъ и умаляется (§. 37.), знаки же получаютъ различное знамс-

менованіе, смотря по мѣсту (§. 39.) того ради слѣдуетъ, что съ каждымъ знакомъ всякаго числа можно поступать такъ, какъ съ единицами; и потому можно порознь складывать единицы, и лишекъ сверьхъ девяти, то есть, одинъ десятокъ, или больше придавать къ слѣдующему классу. Но число, которое такимъ образомъ составляется, поне́же содержитъ въ себѣ единицы, десятки, сотни, и прочія суммы, кои находились къ слагаемыхъ количествахъ, будетъ сумма данныхъ чиселъ. Въ разнородныхъ же, естьли числа подобныхъ классовъ, и слѣдовательно однородныя (§. 47.) сложатся между собою, и содержаніе частей, принятое въ употребленіе и опредѣленное, наблюдаемо будетъ, явствуетъ, что изъ частей составляются ближайшія цѣлыя (§. 29.), и суммы цѣлыхъ и частей показаннымъ образомъ будутъ найдены (§. 44. 46.)

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 49. Изъ онагожъ доказательства явствуетъ, что не всегда пот ебно бываетъ начинать сложеніе отъ правой руки. Понеже и отъ лѣвой руки всѣ десятки по порядку другъ за другомъ слѣдуютъ, и потому оные подъ единицами, изъ которыхъ состоятъ, подписаны быть могутъ; однако жъ, понеже послѣ того требуется новое сложеніе десятковъ, явствуетъ, что вышепоказанная практика сокращеннѣе, и потому должно предпочитать оную другой.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 50. *Вычитаніе* (Subtractio) есть дѣйствіе, чрезъ которое отнимается и отдѣляется меньщее число отъ большаго. Знакъ вычитанія иногда употребляется линѣечка —, которая значитъ *минусъ* (minus). Число, которое остается послѣ вычитанія, *разность* (differentia), или *остатокъ* (residuum) называется.

ТЕОРЕМА II.

§. 51. *Въ вычитаніи числа большее и меньшее должны быть однородныя.*

До-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже большее число, изъ котораго дѣлается вычитаніе, разсуждается такъ какъ цѣлое, коего часть отдѣляется чрезъ вычитаніе (§. 50.). Но цѣлое состоитъ изъ подобныхъ частей (§. 44); слѣдовательно въ вычитаніи, числа большее и меньшее должны быть однородныя.

ТЕОРЕМА III.

§. 52. *Остатокъ и меньшее число, будучи сложенныя вмѣстѣ, составляютъ сумму равную большему числу, изъ котораго дѣлается вычитаніе.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже меньшее число, отнятое отъ большаго, есть часть его, и остатокъ, которой остается, есть другая часть того жъ числа (§. 50.). Но цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ (§. 29); слѣдовательно остатокъ и меньшее число, и проч.

ЗАДАЧА IV.

§. 53. *Вычесть меньшее число изъ большаго.*

РѢШЕНІЕ.

1. *Въ однородныхъ числахъ* меньшее число подписывается подъ большимъ такъ, чтобъ взаимно другъ другу соотвѣтствовали подобные классы единицъ, десятковъ, сотенъ и проч. и подъ ними проводится линѣя.
2. Начало дѣлается также отъ правой руки, такъ какъ отъ самаго нижняго класса, и всѣ единицы меньшаго числа вычитаются изъ верхнихъ, а остатокъ ставится подъ линѣею.
3. Когда нижнее число содержитъ въ себѣ больше единицъ, нежели верьхнее, и не можетъ вычтено быть: то въ такомъ случаѣ, отъ ближайше слѣдующаго знака большаго числа, изъ котораго дѣлается вычитаніе, надлежитъ отнять единицу,

ко-

которая, понеже въ общихъ знакахъ означаетъ десятокъ, увеличитъ и другой знакъ также десятью единицами; что здѣлавъ, вычитается потомъ нижнее число изъ верьхняго, десятью единицами увеличеннаго, и остатокъ ставится подъ линѣею; отъ лѣвой же руки знакъ потомъ почитается за уменьшенной единицею, что означается чрезъ точку, поставленную подлѣ того знака.

4. Вычтенной нуль не умаляетъ числа; но ежели случится вычитать изъ него положительное число: то сперьва надлежитъ увеличить оной цѣлымъ числомъ, занятымъ отъ предъидущихъ знаковъ; естьлижъ два нуля случатся сряду другъ подлѣ друга: то, понеже первой нуль, то есть, что отъ лѣвой руки, долженъ увеличенъ быть десяткомъ, отъ предъидущихъ знаковъ взятымъ, дабы отъ него къ послѣднему знаку, то есть, что отъ правой руки, перенесена быть могла единица, имѣющая знаменованіе десятка, можно удобно разумѣть, что тотъ нуль, которой отъ лѣвой руки напослѣдокъ должно почитать за девять. Тоже правило служитъ и въ разсужденіи того, когда больше нулей съ ряду другъ подлѣ друга стоять будетъ.

5. *Въ разнородныхъ числахъ* меньшее число также пишется подъ большимъ такимъ образомъ, чтобъ подобные классы взаимно другъ другу соотвѣтствовали, и когда (то есть, естьли нижней знакъ не можетъ вычтенъ быть изъ верхняго) для увеличенія числа меньшаго класса, занимается единица отъ ближайше большаго класса: то само по себѣ явствуетъ, что сія единица означаетъ такое цѣлое, которое, по принятой въ употребленіе и извѣстной пропорціи, состоитъ изъ частей меньшаго класса; и такъ, естьли сія единица раздѣлится на оныя части: то, придавъ оныя къ

чис-

числу того сорта, которой складывается, можно будетъ вычесть нижнее число, и остатокъ подписать подъ линѣею.

ПРИМѢРЪ 1.		ПРИМѢРЪ 2.		
		цент.	либр.	унц.
	144911	113.	69.	9
	79203	32.	74.	7
остатокъ	65708 остатокъ	80.	95.	2.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Что однородныя подъ однородными подписывать, и подобныя изъ подобныхъ вычитать должно, то явствуетъ изъ сущности вычитанія (§. 51.). Но понеже всѣ числа въ общихъ знакахъ имѣютъ знаменованіе, смотря по мѣсту (§. 40); того ради слѣдуетъ, что со всякимъ числомъ можно поступать, такъ какъ съ единицами и десятками, и занятая отъ предъидущаго знака единица служитъ вмѣсто десятка, и увеличиваетъ слѣдующее число десятью единицами. Въ разнородныхъ же числахъ наблюдается пропорція, принятая въ употребленіе, и всегда чрезъ вычитаніе находится разность подобныхъ классовъ (§. 51.). И такъ, поелику въ однородныхъ числахъ всѣхъ единицъ, десятковъ, сотенъ и прочихъ классовъ; въ разнородныхъ же, всѣхъ сортовъ остатки находятся показаннымъ образомъ, никакого сомнѣнія не заключается въ томъ, что вычитаніе сдѣлано исправно.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 54. Понеже сложеніе и вычитаніе суть между собою противныя дѣйствія, такъ что тѣ части, которыя чрезъ сложеніе сложены были въ одну сумму, опять чрезъ вычитаніе могутъ отдѣлены быть отъ той суммы (§. 52.); того ради повѣрка обоихъ, естьли будетъ потребована, обратнымъ образомъ сдѣлана быть можетъ, то есть естьли по отнятіи одной части отъ суммы, состоящей изъ двухъ частей, останется другая: то почитать, что сложеніе сдѣлано исправно. И обратно, ежели меньшее число придано будетъ къ остатку, и произойдетъ изъ того большее число: то и вычитаніе почитается за исправно сдѣланное (§. 52.). Ибо едва случиться можетъ, чтобъ дѣлавъ про-

противное дѣйствіе, въ разсужденіи тогожъ числа, здѣлается такая погрѣшность, которая бы уплаивала учиненную въ первомъ дѣйствіи.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 55. Другая повѣрка сложенія и вычитанія дѣлается чрезъ отбрасываніе девятокъ изъ подобныхъ суммъ, то есть, изъ цѣлаго и частей. Ибо, ежели въ обоихъ случаяхъ останется тотъ же остатокъ доказывается чрезъ то исправное рѣшеніе сложенія и вычитанія. Причина тому есть слѣдующая: понеже сумма всѣхъ чиселъ пишется такъ, что сложенные знаки означаютъ сумму, равную лишку данныхъ единицъ, сверьхъ одной девятки, или больше, На пр. когда написано будетъ 12: то 1 + 2 = 3 дѣлаютъ лишекъ сверьхъ девяти; или, когда написано будетъ 32: то также 3 + 2 = 5 изображаютъ лишекъ сей суммы сверьхъ трехъ девятокъ, которыя она въ себѣ содержитъ. И потому остатки частей и суммъ симъ равныхъ, сверьхъ одной девятки, или больше, всегда должны быть равны между собою. См. Дешале Ариѳм. кн. I. предл. 5. Но тотъ способъ повѣрки надеждиѣе, о которомъ упомянуто было въ предъидущемъ параграфѣ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 56. *Умноженіе* (multiplicatio) есть многократное одного тогожъ количества самаго съ собою сложеніе. Или, умноженіе есть способъ находить такое число, которое бы содержало въ себѣ множимое число столько разъ, сколько единицъ содержится въ множителѣ. Знакъ умноженія иногда употребляется точка, поставленная между множимыми количествами. На пр. 6. 3 = 18; иные изображаютъ умноженіе такимъ образомъ 6×3 = 18. Числа, которыя умножаются между собою, называтюся *множителями* (factores). Эвклидъ называетъ оныя *боками* (latera); а то число, которое происходитъ изъ умноженія двухъ чиселъ между собою, называется *произведеніе* (factum, uel productum); Эвклидъ же называетъ оное *плоскимъ числомъ* (numerum planum).

ПРИ-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 57. Слѣдовательно единица къ одному множителю имѣетъ такое содержаніе, какое другой множитель къ произведенію; а единица не умножаетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 58. Одиначіе множители производятъ одинакія произведенія.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 59. Произведенія всѣхъ единицъ происходятъ, ежели всякая единица будетъ складываться сама съ собою не прерывно до девяти. И такимъ образомъ составляется таблица, которая называется *таблицею Пиѳагоровою* (abacus pythagoricus). Числа сей таблицы надлежитъ твердо содержать въ памяти, дабы, помощію оныхъ можно было напослѣдокъ скорѣе дѣлать умноженіе и дѣленіе большихъ количествъ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 60. Понеже умноженіе есть нѣкоторое сложеніе; того ради въ ономъ множимое число и множитель должны быть однородныя, какія требовались и въ сложеніи (§. 46.)

ЗАДАЧА V.

§. 61. *Умножить однородныя числа.*

РѢШЕНІЕ.

1. Множитель подписывается подъ множимымъ числомъ, такъ чтобъ классы единицъ, десятковъ и проч. взаимно другъ другу соотвѣтствовали, и по-

томъ подъ ними проводится линѣя, такъ какъ въ сложенiи и вычитанiи дѣлано.

2. Первой знакъ, что отъ правой руки, множителя умножается на всѣ знаки множимаго числа, и когда произведенiе состоитъ изъ двухъ знаковъ: то пишется только, что отъ правой руки, знакъ, или единица; а знакъ, что отъ лѣвой руки, такъ какъ десятокъ, между тѣмъ содержится въ умѣ, и относится къ слѣдующему произведенiю.

3. Равнымъ образомъ слѣдующей нижней второй и всякой другой знакъ множителя умножается на всѣ верхнiе знаки, и произведенiе изъ того подписывается подъ знакомъ умножающаго числа.

4. Ежели оба числа, или только одно будетъ имѣть на концѣ нѣсколько нулей: то умножаются одни только положительныя числа, и къ произведенiю приписываются всѣ нули. Также ставится нуль въ произведенiи, естьли случится оной въ срединѣ множителя, и потомъ продолжается умноженiе прочими положительными знаками. Когдажъ въ срединѣ множимаго числа случится нуль, то и тогда также ставится нуль въ произведенiи, естьли другаго положительнаго знака, содержащагося въ умѣ, не должно будетъ поставить на его мѣсто.

5. Наконецъ, какъ всѣ знаки такимъ образомъ умножены будутъ взаимно между собою, всѣ произведенiя складываются въ одну сумму, и такимъ образомъ произходитъ изъ того произведенiе данныхъ чиселъ.

ПРИМѢРЪ.

$$\begin{array}{lr} & 7850 \\ & 63 \\ \hline & 23550 \\ & 4710 \\ \hline \text{произведен.} & 494550 \end{array}$$

До-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, какъ нѣсколько разъ уже было сказано, числительные знаки имѣютъ такое свойство, что каждой изъ нихъ получаетъ знаменованіе, смотря по мѣсту (§. 40.), и что великія количества, такъ какъ изъ однихъ единицъ и изъ однихъ десятковъ составленныя, разсуждаемы быть могутъ, и чрезъ рѣшеніе предложенной задачи, всѣ произведенія всѣхъ единицъ порознь, такъ какъ столько первыхъ началъ искомаго произведенія, получаются, и располагаются надлежащимъ порядкомъ; слѣдуетъ, что умноженіе надлежащимъ образомъ дѣлается по предписаннымъ правиламъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 62. О другихъ способахъ умноженія, безъ таблицы Пиѳагоровой, и чрезъ палочки Іог. Непера и проч. въ лекціяхъ говорено будетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIII.

§. 63. *Дѣленіе* (Diuiſio) есть повторенное вычитаніе меньшаго числа изъ большаго. Или, дѣленіе есть способъ находить такое число, которое показываетъ, сколько разъ меньшее число содержится въ большемъ, и сколько разъ оное изъ сего вычтено быть можетъ. Дѣленіе иногда означается двумя точками, между дѣлимымъ числомъ и дѣлителемъ поставленными. На пр. 8 : 4, значитъ, что 8 дѣлится на 4. Изъ данныхъ чиселъ большее *дѣлимымъ* (Diuidendus), меньшееж *дѣлителемъ* (Diuisor); а то число, которое происходитъ, *частнымъ числомъ* (quotus, vel quotiens) называется.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 64. Слѣдовательно дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ содержится столько разъ, сколько единица въ частномъ числѣ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 65. Но какъ въ вычитаніи, такъ и въ дѣленіи, числа должны быть однородныя (§. 51).

ТЕОРЕМА VI.

§. 66. *Дѣлитель, умноженной на частное число, производитъ число равное дѣлимому числу.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ умноженіе находится такое число, которое содержитъ въ себѣ множимое число столько разъ, сколько единица содержится въ множителѣ (§. 56.). Но столько разъ дѣлитель содержится въ дѣлимомъ числѣ, сколько единица въ частномъ числѣ (§. 64.); слѣдовательно дѣлитель, умноженной на частное число, производитъ число равное дѣлимому числу.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§ 67. Изъ чего явствуетъ, что умноженіе и дѣленіе суть два противныя дѣйствія, и число, которое чрезъ умноженіе было сложено нѣсколько разъ само съ собою, чрезъ дѣленіе опять тоже возвращается. На пр. 4. 3. = 12, то есть, четыре, умноженное на три, дѣлаютъ 12; но чрезъ дѣленіе 12 : 3 = 4 опять тоже число *четыре* возвращается.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 68. Чего ради одно которое нибудь дѣйствіе можетъ служить для повѣрки другаго.

ЗАДАЧА VI.

§. 69. *Раздѣлить однородное число на однородное же.*

РѢШЕНІЕ.

1. Дѣлитель ставится подъ знаками дѣлимаго числа, что отъ лѣвой руки, однако такимъ образомъ, чтобъ верьхнее число было больше нижняго, и подъ ними проводится линѣя; подлѣ крайнягожъ знака, что отъ правой руки проводится линѣя, или дуга.
2. Потомъ находится, сколько разъ дѣлитель содержится въ стоящемъ надъ нимъ числѣ дѣлимаго, и число, которое то показываетъ, пишется за дугою, такъ какъ частное, оно же послѣ того умножается на дѣлителя, и произведеніе вычитается

ся

ся изъ дѣлимаго, а остатокъ замѣчается подъ линѣею, и слѣдующее къ правой рукѣ число дѣлимаго ставится подлѣ тогожъ остатка.

3. Наконецъ дѣлитель, подъ симъ остаткомъ, которой сперьва увеличенъ былъ слѣдующимъ приписаннымъ числомъ, подвигается однимъ знакомъ поближе къ правой рукѣ, и такимъ же образомъ находится частное число, и произведенiе его вычитается изъ соотвѣтствующей суммы. Подобное дѣйствiе продолжается до конца.

4. Ежели дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ не содержится: то вмѣсто частнаго числа за дугою ставится нуль.

5. Естьлижъ при дѣлителѣ будутъ находиться нули то оные тотчасъ на концѣ подъ послѣдними знаками дѣлимаго числа подписываются, и дѣленiе продолжается продолжительными знаками; числа жъ, состоящiя надъ нулями, отдѣляются отъ прочихъ линѣею, и къ остатку, послѣ окончанiя дѣленiя, придаются.

6. Что послѣ дѣленiя остается, то пишется особливо и почитается за часть дѣлителя.

7. Дѣленiе дѣлается сокращеннѣе, ежели найденное частное число въ умѣ умножено будетъ на дѣлителя, и произведенiе вычтется изъ соотвѣтствующихъ знаковъ дѣлимаго числа. Но въ такомъ случаѣ, для краткости, надлежитъ умножать частное число на дѣлителя отъ лѣвой руки къ правой.

ПРИМѢРЪ.

```
494550( 63
 785 0(
    6 (
-------
 4710
-------
 2355
```

2355
785
3
2355
0000

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ рѣшеніи сей задачи десятерное содержаніе, по которому умаляются числа, и знаменованіе, которое имѣютъ тѣ же числа, смотря по мѣсту, такъ что всѣ порознь, какъ однѣ единицы, или десятки, употребляемы и сравниваемы быть могутъ, также дѣлаетъ великое сокращеніе. И по тому тысячное число (7000) можно поставить подъ сотеннымъ числомъ тысячъ (490, 000), и находить, сколько разъ первое число онаго тысячнаго числа содержится въ первыхъ двухъ знакахъ сего сотеннаго числа тысячъ; ибо найденное частное число (6) не будетъ уже единица, но десятокъ; потому что во время продолженія рѣшенія придается къ нему отъ правой руки другой знакъ. Но, произведеніе, произшедшее изъ умноженія сего частнаго числа на дѣлителя, вычетши изъ дѣлимаго, явствуетъ, что остатокъ принадлежитъ къ рѣшенію слѣдующей суммы, и что дѣленіе должно продолжать подобнымъ образомъ. По окончаніи котораго, понеже найденное число показываетъ, сколько разъ цѣлой дѣлитель можетъ вычтенъ быть изъ всѣхъ классовъ дѣлимаго числа, можно будетъ и о томъ заключить, что дѣленіе правильно здѣлано.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 70. О рѣшеніи дѣленія, помощію палочекъ Неперовыхъ, и о другихъ способахъ говорено будетъ въ лекціяхъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 71. Повѣрка умноженія дѣлается, раздѣливъ произведеніе на одного котораго нибудь множителя; ибо ежели произойдетъ изъ того другой множитель, то сіе означаетъ, что рѣшеніе умноженія правильно здѣлано. И обратно, повѣрка дѣленія дѣлает-

лается, умножая частное число на дѣлителя, и къ тому прикладывая остатокъ, естьли какой случится; чрезъ что должно произойти опять дѣлимому числу, какъ уже о томъ выше сего изъяснено было (§ 67. 68).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 72. Можетъ учинена быть и другая повѣрка, ежели выкинуты будутъ девятки, сперьва изъ множителей, а потомъ изъ произведенія ихъ, и примѣчено будетъ, произходитъ ли изъ произведенія остатковъ отъ множителей, послѣ выкинутыхъ девятокъ, Такойже лишекъ, сверьхъ девяти, какой и изъ произведенія данныхъ чиселъ. На пр. 85. 7 = 595, остатокъ, выкинувъ девять изъ одного множителя, есть 4; другой же множитель 7 есть уже самъ собою лишекъ сверьхъ девяти; остатокъ изъ произведенія 595, послѣ выкинутыхъ двухъ девятокъ, есть 1, и изъ произведенія первыхъ лишковъ 7. 4 = 28, послѣ выкинутыхъ трехъ девятокъ, остается также 1, и тѣмъ самымъ доказывается, что умноженіе здѣлано привильно. Тоже служитъ и для повѣрки дѣленія, гдѣ частное число и дѣлитель почитаются за множители дѣлимаго числа (§. 66); однакожъ, естьли что останется послѣ дѣленія, то самое сперьва надлежитъ вычесть изъ дѣлимаго числа, и потомъ, въ разсужденіи остатка, дѣлать показанную повѣрку (§. 55). См. Таквет. Практич. Ариѳм. кн. I. гл. XII примѣч.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 73. *Приведеніе разнородныхъ чиселъ* (reductio heterogeneorum numerorum) есть дѣйствіе, чрезъ которое части цѣлаго состоящаго изъ классовъ или сортовъ различно раздѣленныхъ, приводятся въ одинакой нижайшей сортъ. Или обратно, когда изъ самаго меньшаго сорта выключаются большіе сорты, кои въ себѣ содержитъ оной.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 74. Какъ на пр. центнеры, которые въ себѣ содержатъ меньшіе вѣсы фунтовъ и унцій, чрезъ умноженіе раздробляются такъ, что изъ центнеровъ фунты изъ фунтовъ унціи, равняющіяся данному числу центнеровъ производятся. Или когда въ противномъ случаѣ множество унцій, которое содержитъ въ себѣ фунты и

центнеры, чрезъ дѣленіе раздробляется такъ, что можно разумѣть, сколько фунтовъ и центнеровъ содержится въ данной суммѣ унцій.

ЗАДАЧА VII.

§. 75. *Здѣлать приведеніе разнородныхъ чиселъ*

РѢШЕНІЕ.

1. Число большаго сорта умножь на части меньго сорта, какія оно въ себѣ содержитъ, къ произведенію приложи слѣдующія числа къ томужъ сорту относящіяся: равнымъ образомъ, когда слѣдуетъ больше сортовъ, на число частей ближайше меньшаго сорта умножается предъидущее число большаго сорта.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Истинна сего дѣйствія явствуетъ изъ Аксіомы X (§. 29). Ибо, естьли цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ, должно взято быть сіе число частей чрезъ умноженіе столько разъ, сколько сортовъ того рода содержится въ какомъ числѣ. На пр. одинъ фунтъ содержитъ въ себѣ 12 унцій, а два содержатъ 24 унціи, и такъ далѣе.

ПРИМѢРЪ.

	цент.	фунт.	унц.
	65.	36.	8.
	100		
	6500		
	36		
фунт.	6536		
	12		
	13072		
	6536		
	78432		
	8		
унц.	78440		

2. Обратно изъ меньшаго, или изъ послѣдняго сорта, выключатся большіе, или высшіе сорты, естьли

естьли на число частей, кои относятся къ ближайше вышшему сорту, такъ какъ на знаменованіе того сорта, раздѣлится число ближайше нижняго сорта. На пр. ежели 6536 фунтовъ будутъ раздѣлены на 100: то произойдутъ 65 цент. съ излишествомъ 36 фунтовъ.

ЗАДАЧА VIII.

§. 76. *Умножить разнородныя числа.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Приведи то число, которое состоитъ изъ разныхъ сортовъ, въ меньшей сортъ (§. 74.), и умножь на данное число (§. 61.)
2. Произведеніе меньшаго сорта приведи чрезъ дѣленіе въ большіе сорты (§. 75.), и будетъ здѣлано умноженіе разнородныхъ чиселъ.

ПРИМѢРЪ.

цент.	фунт.	унц.	
12.	28.	7.	умнож. на 15

```
         100
       -----
либр.   1228
          12
       -----
        2456
       1228
      ------
       14736
           7
      ------
унц.   14743. 15 = 221145. унц.
```

раздѣливъ на 12, произойдутъ 18428 фунтовъ, съ 9 унціями, и сумму фунтовъ раздѣля на 100, будутъ 184 цент. 28 фунт. и 9 унц. вмѣсто произведенія даннаго числа.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Короче дѣлается сіе дѣйствіе, ежели, не дѣлая приведенія, числа всѣхъ сортовъ будутъ умножены на данное число, и произведенія всѣхъ классовъ порознь будутъ раздѣлены на приличествую-

щее число частей; а частныя числа приложатся кѣ ближайше вышшему сорту.

2. Естьлижѣ умножающее число будетѣ очень велико: то разбей оное, или раздроби на множители, и потомѣ умножай сими меньшими числами. Или раздроби оное на такія части, кои имѣютѣ способное содержаніе, и изѣ частныхѣ произведеній, сложенныхѣ вѣ одну сумму, произойдетѣ цѣлое произведеніе.

ПРИМѢРѢ.

	цент.	фунт.	унц.	
	12.	28.	7	умнож. на 15 = 5. 3
			5	
	61.	42.	11	
			3	
произвед.	184.	28.	9	

	12.	28.	7	умнож. на 15 = 5 + 10
	61.	42.	11	5
слож.	122.	85.	10	10 части.
произвед.	184.	28.	9	

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Первое рѣшеніе явствуетѣ изѣ приведенія разнородныхѣ, и умноженія однородныхѣ чиселѣ; а второе рѣшеніе также явствуетѣ изѣ опредѣленія умноженія. Понеже все равно, хотя данное число умножишь на цѣлое число 15, или сперьва на пять, а потомѣ сложишь оное само сѣ собою трижды. Ибо вѣ обоихѣ случаяхѣ находится равное число частей. И когда множитель раздробляется на части, и складываются части произведенія, на пр. 5 и 10, вмѣсто 15; то нѣтѣ никакого сомнѣнія что и вѣ семѣ случаѣ производится цѣлое произведеніе; понеже цѣлое равно всѣмѣ своимѣ частямѣ вмѣстѣ взятымѣ (§. 29.).

ЗАДАЧА IX.

§. 77. *Раздѣлить разнородныя числа.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Равнымъ образомъ число, состоящее изъ разныхъ сортовъ, приводится въ меньшей сортъ (§. 74.), и произшедшая изъ того сумма дѣлится на данной дѣлитель (§. 69), частное число покажетъ число меньшаго сорта.

2. Сіе частное число опять чрезъ дѣленіе приводится въ ближайше вышшіе сорты (§. 75.), и будетъ извѣстна искомая сколькая часть всякаго сорта.

ПРИМѢРЪ.

	цент.	фунт.	унц.
	184.	28.	9.
раздѣ. на (15)			

Привед. въ меньшіе сорты Унц. 221145 : 15 = 14743, сіи унціи 14743 приведши въ фунты, чрезъ раздѣленіе на 12, произойдутъ 1228 фунтовъ съ 7 унціями; а по раздѣленіи сего числа на 100, частное число будетъ 12 центн. 28 фунт. 7 унц. тоже самое число, какое и сперьва взято было.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Не дѣлавъ приведенія, раздѣли всѣ сорты на данное число, и естьли какой сортъ не можетъ раздѣленъ быть безъ остатка: то приведши остатокъ въ слѣдующей сортъ, приложи оной къ числу того сорта, и опять продолжай дѣленіе на тогожъ дѣлителя, такимъ образомъ произойдутъ частныя числа всѣхъ классовъ. Но сіи правила, безъ дальняго доказательства, явствуютъ изъ вышеобъявленнаго.

ПРИМѢРЪ.

184. 28. 9.

раздѣл. на 15

Раздѣливъ 184 цент. на 15, частное число будетъ 12 цент. съ 4 оставшимися, или 400 фунт. Къ симъ приложи 28 фунт. и изъ суммы, на послѣдокъ раздѣленной на 15, произойдетъ частное число 28, съ восьмью оставши-

шимися фунтами; или 8. 12 = 96 унц. къ коимъ приложивъ последніе девять унц. и сумму 105 разделя на 15, частное число будетъ 7. и потому тоже, что и прежде, находится частное число 12. 28. 7.

ГЛАВА ТРЕТІЯ.

О содержаніи и пропорціи.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXV.

§. 78.

§. 78 *Содержаніе* (Ratio) есть взаимное отношеніе двухъ количествъ одного роду, въ разсужденіи количества. Первое изъ сихъ количествъ называется *предъидущимъ* (antecedens), а другое *последующимъ* (consequens).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVI.

§. 79. Содержаніе есть, или *Ариѳметическое* Arithmetica), когда разсуждается о разности двухъ не равныхъ количествъ. На пр. 5 --- 3 = 2 или *Геометрическое* (Geometrica), когда разсуждается о томъ, какая часть будетъ меньшее количество большаго. На пр. 6 къ 3, отношеніе показываетъ, что меньшое кочичество въ большомъ содержится дважды, или есть половинная онаго часть.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 80. Чего ради содержаніе Ариѳметическое, или *разность* (differentia), находится чрезъ вычитаніе (§. 50.), а Геометрическое чрезъ деленіе (§ 63.)

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 81. И знакъ вычитанія, или линеечка, для означенія Ариѳметическаго содержанія, а знакъ деленія, или двоеточіе, для означенія Геометрическаго содержанія, правильно употребляется.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 82. Кромѣ Ариѳметическаго и Геометрическаго содержанія, упоминается также нѣкакое Гармоническое (Harmonica), когда въ трехъ числахъ два крайнія имѣютъ

та-

такоежъ Геометрическое содержаніе, какое находится между разностьми перваго и средняго, средняго и последняго. На пр. 6. 4. 3. гдѣ 6: 3 содержится такъ какъ 6 — 4 = 2 къ 4 — 3 = 1. Называется Гармоническое содержаніе потому, понеже числа онаго по большей части имѣютъ такія пропорціи, на которыхъ утверждаются согласія музыки. Пространнѣе о семъ упоминаетъ Клавій къ Эвклид. кн. 5. стран. 392. и слѣд.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVII.

§. 83. Въ содержаніи Геометрическомъ то число, которое показываетъ, какая часть есть меньшее число большаго, называется *именемъ содержанія* (nomen rationis), *знаменателемъ* (denominator), также *указателемъ содержанія* (exponens rationis).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVIII

§. 84. *Подобныя содержанія* (rationes ſimiles) суть, которыя имѣютъ одинакого знаменателя (§. 83). *Содержанія неподобныя* (rationes diſſimiles) суть, которыя имѣютъ не одинакаго знаменателя. Предъидущіежъ и последующіе члены подобныхъ содержаній, называются *количества одинаковыя* (quanta homologa). На пр. 2 : 4 и 3 : 6 суть подобныя содержанія, коихъ два предъидущіе члена 2 : 3 и два последующіе 4 : 6 суть одинаковые. Ибо къ обоимъ равномѣрно относится пропорціональное число.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIX.

§. 85. *Содержаніе многочисленное* (ratio multiplex) есть, когда меньшое количество нѣсколько разъ содержится въ большомъ, и особливо называется *двойное* (dupla), ежели дважды; *тройное* (tripla), ежели трижды; *четверное* (quadrupla), ежели четырежды меньшое число содержится въ большомъ, и проч.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§. 86. *Содержаніе сложенное чрезъ умноженіе* (ratio composita per multiplicationem), или *умноженное* (multiplicata) есть, которое состоитъ изъ одного тогожъ содержанія, нѣсколько разъ взятаго, или умноженнаго; или которое производится изъ умноженія подобныхъ пропорціональныхъ чиселъ, и называется *удвоенное* (duplicata), когда предъидущіе и послѣдующіе члены двухъ подобныхъ содержаній умножаются между собою; *утроенное* (triplicata), когда умножаются три подобныя содержанія; *учетверенное* (quadruplicata), когда умножаются четыре подобныя пропорціональныя числа. На пр. пусть будутъ двѣ подобныя пары пропорціональныхъ чиселъ 2 : 4 = 2 : 4 : то произведенія 2. 2 и 4. 4 производятъ удвоенное содержаніе перваго 4 : 16; естьли жъ будутъ три пары подобныхъ содержаній 2 : 4 = 2 : 4 = 2 : 4, и произведеніе трехъ предъидущихъ членовъ 2. 2. 2 = 8 сравнится съ произведеніемъ трехъ послѣдующихъ 4. 4. 4 = 64 : то произойдетъ утроенное содержаніе перваго 8 : 64.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 87. Происходитъ также сложенное содержаніе, ежели знаменатели подобныхъ содержаній будутъ умножены между собою, и дѣлается удвоенное, ежели два знаменателя; учетверенное, ежели четыре знаменателя взаимно умножатся между собою. Чего ради Эвклидъ опред. 10. кн. 5. принявъ три непрерывно пропорціональныя числа, 2. 4. 8, содержаніе перьваго къ третьему 2 : 8, назвалъ удвоеннымъ содержаніемъ перваго къ второму, и принявъ четыре непрерывно пропорціональныя числа 2. 4. 8. 16, содержаніе перваго къ четвертому 2 : 16, назвалъ утроеннымъ содержаніемъ перваго къ второму 2 : 4.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXI.

§. 88. *Содержаніе большей неравности* (ratio maioris inaequalitatis) есть, когда большое количество относится къ меньшому. На пр. 8 : 4 есть со-

содержаніе двойное. *Содержаніе меньшей неравности* (ratio minoris inaequalitatis) есть, когда меньшое количество относится къ большому, для означенія котораго ставится предъ именемъ содержанія предлогъ *подъ* (ſub). На пр. 4: 8 называется содержаніе *поддвойное*, или *половинное* (ſubdupla); 2: 6 *подтройное*, или *третное* (ſubtripla); также 2: 4 и 4: 16 *подъудвоенное* (ſubduplicata).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXII.

§. 89. *Содержаніе суперпартикулярное* (ratio ſuperparticularis) есть, когда большое количество содержитъ въ себѣ меньшое однажды, и сверьхъ того одну его нѣсколькую часть, для означенія котораго употребляется слово *полу* (ſequi), придавъ къ тому знаменованіе изобилующей частицы. На пр. 3: 2 будетъ *содержаніе полуторное* (ratio ſesquialtera); понеже лишекъ есть половинная часть меньшаго количества. И обратно, содержаніе меньшой неравности означится когда предъ онымъ поставится предлогъ *подъ* (ſub). На пр. 2: 3, будетъ *содержаніе подполуторное* (ratio ſubſesquialtera). Кромѣжъ того, когда данныя количества будутъ имѣть многочисленное содержаніе, тогда напереди оныхъ ставится имя многочисленнаго содержанія. На пр. 5: 2, будетъ содержаніе *двойное полуторное* (dupla ſesquialtera); 7: 3 *двойное полутретное* (dupla ſesquitertia); а чтобъ и содержаніе меньшей неравности означить: то напереди также ставится предлогъ *подъ* (ſub). На пр. 3: 7 будетъ содержаніе *поддвойное подполутретное* (ſubdupla ſubſesquitertia).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIII.

§. 90. *Содержаніе суперпарціенсъ* (ratio ſuperpartiens) есть, когда большое количество содержитъ въ себѣ меньшое однажды, и сверьхъ того многія нѣсколькія его части, кои всѣ вмѣстѣ взятыя, не составляютъ одной нѣсколькой части; и такое содер-

жаніе вѣ особливости означается принятымѣ за нарѣчіе именемѣ превышающихѣ частей, и ординальнымѣ меньшаго члена. На пр. 5 : 3 будетѣ содержаніе *суперпарціенсѣ двѣ трети* (superbipartiens tertias); 8 : 5, *суперпарціенсѣ три пятыя доли* (supertripartiens quintas). *Содержаніе субсуперпарціенсѣ* (ratio subsuperpartiens) есть, когда меньшое количество относится кѣ большему. На пр. 3 : 5 будетѣ *содержаніе субсуперпарціенсѣ двѣ трети* (ratio subsuperbipartiens tertias). Наконецѣ *содержаніе многочисленное суперпарціенсѣ* (ratio multiplex superpartiens) есть, когда большое количество содержитѣ сѣ себѣ меньшое нѣсколько разѣ, и сверьхѣ того многія нѣсколькія его части, кои, взяты будучи вмѣстѣ, не составляютѣ одной нѣсколькой части. На пр. 8: 3 будетѣ *содержаніе двойное суперпарціенсѣ двѣ трети* (ratio dupla supebipartiens tertias), и обратно 3 : 8, будетѣ *содержаніе половинное субсуперпарціенсѣ двѣ трети* (ratio subdupla subsuper bipartiens tertias).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 91. Сообщено было вѣ опредѣленіи, что превышающія части, вмѣстѣ взятыя, не должны составлять одну нѣсколькую часть меньшаго числа. Ибо, естьли оныя будутѣ содержать вѣ себѣ одну такую часть, вѣ такомѣ случаѣ содержаніе дѣленіемѣ ея приводится, и бываетѣ *суперпартикулярное*. На пр. содержаніе 9: 6 не есть *суперпарціенсѣ три шестыя доли*; но, понеже лишекѣ 3 есть нѣсколькая часть меньшаго количества, можно раздѣлить оба числа, какѣ большое такѣ именьшое на сей лишекѣ, понеже большое число содержитѣ вѣ себѣ меньшое и разность (§. 52), и раздѣливѣ, произойдетѣ содержаніе 3: 2, которое равняется первому, какѣ напослѣдокѣ (§ 120) сказано будетѣ; откуда происходитѣ содержаніе *суперпартикулярное полуторное*. Изѣ чего явствуетѣ, что числа, имѣющія общаго дѣлителя, помощію сего, сперьва надлежитѣ приводить вѣ простѣйшія формулы, а поучиненіи того, давать имя содержанію.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 92. Но хотя содержаніе и можетѣ означаться числами; однако, понеже сіи техническія слова, для яснѣйшаго означенія весьма приличныя, вѣ частомѣ употребленіи находятся у художниковѣ; того ради и забла-

го-

горазсуждено изъяснить оныя на семъ мѣстѣ. Пространнѣе изъясняетъ раздѣленія пропорціи Клавій въ Коммент. къ Эвклид. кн. V. опред. 4. стран. 354. и слѣд. см. притомъ Барров. лекц. Матем. стран. 231.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIV.

§. 93. *Прогрессія* (Progressio) есть порядокъ многихъ подобныхъ содержаній. Есть или *Ариѳметическая* (arithmetica), въ которой всѣ числа имѣютъ одинакую разность, на пр. 3. 5. 7. 9. и проч. или *Геометрическая* (geometrica), въ которой всѣ числа имѣютъ одинакаго знаменателя, или указателя. Такая прогрессія называется также *пропорціею Геометрическою* (Proportio geometrica); или *Аналогіею* (Analogia), на пр. 2. 4. 8. 16. и пр. Какъ та, такъ и другая, т. е. какъ Ариѳметическая, такъ и Геометрическая, есть, или *непрерывная* (continua), или *раздѣльная* (discreta). Непрерывною называется, когда между каждыми двумя числами, въ порядкѣ другъ за другомъ слѣдующими, находится одинакая разность, или одинакой знеменатель, какой примѣры уже предложены. Раздѣльноюжъ называется, когда однѣ только пары пропорціональныхъ чиселъ имѣютъ подобную разность, или одинакаго знаменателя. На пр. будетъ прогрессія Ариѳметическая раздѣльная, 2. 5 = 4. 7. Ибо между средними числами 5 и 4 есть неодинакая разность. Пропорціяжъ Геометрическая раздѣльная есть 2 : 4 = 3 : 6, въ которой также среднія числа 4 и 3 имѣютъ неодинакое содержаніе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 94. Въ прогрессіи Ариѳметической непрерывной всякое большее число происходитъ изъ сложенія разности съ ближайшимъ меньшимъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 95 Всякое большее число такой прогрессіи состоитъ изъ самаго меньшаго и разности столько разъ взятой, сколько есть всѣхъ ихъ въ порядкѣ, считая отъ меньшаго безъ единицы. На пр. въ прогрессіи 3. 5. 7. 9. третіе число состоитъ изъ двухъ разностей

стей 2 + 2, изъ перваго 3; четвертоежъ число содержитъ въ себѣ три разности и первое.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 96. Для означенія подобія содержанія чиселъ Ариѳметической прогрессіи, между каждыми двумя ихъ парами, по причинѣ равенства разности пишется знакъ равенства; а само содержаніе Ариѳметическое означается линѣечкою, такъ какъ знакомъ вычитанія, между числами поставленнымъ. На пр. $5 - 3 = 9 - 7$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 97. Въ такой прогрессіи Геометрической, или пропорціи непрерывной, въ которой каждый послѣдующій членъ въ разсужденіи своего предъидущаго въ одинакомъ содержаніи становится больше, всякое послѣдующее число происходитъ изъ умноженія предъидущаго на знаменателя содержанія.

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 98. Чего ради второе число есть произведеніе изъ перваго на знаменателя содержанія; третіе число есть произведеніе изъ перваго на знаменателя содержанія дважды въ умноженіе принятаго; четвертое число есть также произведеніе изъ перваго на знаменателя содержанія, трижды въ умноженіе принятаго, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

§. 99. Понеже подобныя содержанія имѣютъ одинакой знаменатель (§. 84.); того ради между каждыми двумя парами подобныхъ пропорціональныхъ чиселъ правильно ставится знакъ равенства, и пропорція четырехъ пропорціональныхъ чиселъ пишется такимъ образомъ: $2 : 4 = 3 : 6$.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 100. Послѣ показанія въ наукѣ о содержаніи главнѣйшихъ опредѣленій и первыхъ истинъ, кои явствуютъ изъ оныхъ, слѣдуетъ изъяснить главнѣйшія обѣихъ содержаній свойства, кои весьма употребительны во всей Математикѣ.

ТЕОРЕМА V.

§. 101. Въ Ариѳметической прогрессіи состоящей изъ четырехъ членовъ, сумма крайнихъ членовъ равна суммѣ среднихъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что послѣдующіе члены больше предъидущихъ. Понеже четвертое число происходитъ изъ сложенія разности съ третьимъ числомъ (§. 94.): того

го ради сумма перваго и четвертаго содержитъ въ себѣ первое число, третіе и разность, такъ какъ части: но второе содержитъ въ себѣ первое и разность (§. 94.). И потому, приложивъ его къ третіему, произходитъ изъ того такая сумма, которая имѣетъ тѣ же части, какія и сумма крайнихъ. Слѣдовательно обѣ суммы, поколику состоятъ изъ равныхъ частей, равны между собою (§. 29.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 102. Чего ради служитъ сіе предложеніе въ обоихъ случаяхъ, т. е. хотя четыре оныя числа будутъ состоять въ непрерывной, хотя въ раздѣльной прогрессіи. Ибо въ доказательствѣ разсуждаемо было только о произхожденіи втораго и послѣдняго числа.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 103. Ежели въ непрерывной прогрессіи дано будетъ равноразнствующихъ членовъ число равное и больше, нежели четыре; то и въ такомъ случаѣ, сумма крайнихъ равняется суммѣ среднихъ, отъ крайнихъ въ равномъ разстояніи находящихся. Ибо и въ разсужденіи сихъ чиселъ такоежъ употребляется доказательство, и показывается то, что суммы, такимъ образомъ произшедшія, составляются изъ одинакихъ частей. Пусть будутъ шесть членовъ 3. 5. 7. 9. 11. 13: то шестой членъ содержитъ въ себѣ пять разъ разность и первой членъ (§. 94.): и придавъ къ тому первой членъ, сумма будетъ имѣть дважды первой членъ, и пять разностей. Также сложи второй членъ съ пятымъ. Понеже второй членъ содержитъ въ себѣ однажды и разность и первой членъ (§. 95.); того ради сумма втораго и пятаго состоитъ изъ перваго, дважды взятаго, разности, пять разъ къ нимъ приданной. Что самое равнымъ образомъ справедливо и въ разсужденіи суммы третьяго и четвертаго.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 104. Ежели даны будутъ три только разноразнствующія числа, то сумма перваго и третьяго равняется среднему, вдвое взятому. Ибо то же доказательство, которое выше сего предложено, и здѣсь употребить можно. Понеже второй членъ содержитъ въ себѣ однажды разность и первой членъ (§. 95.); онъ же, будучи взятой дважды, содержитъ въ себѣ дважды разность и дважды первой членъ; но третей членъ содержитъ въ себѣ дважды разность и первой членъ. И естьли наконецъ придан будетъ къ нему первой членъ; то произой-

жетъ изъ того подобная сумма, содержащая въ себѣ дважды первой членъ и дважды разность.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 105. И вообще, когда число скольнихъ нибудь количествъ Ариѳметически пропорціональныхъ будетъ неровное, сумма крайнихъ и среднихъ членовъ въ равномъ разстояніи отъ крайнихъ находящихся равняется среднему, вдвое взятому. Пусть будутъ пять чиселъ, то сумма перваго и пятаго состоитъ изъ перваго, дважды взятаго, и изъ четырехъ разностей: но третіе число, такъ какъ среднее, содержитъ въ себѣ дважды разность и первой членъ, и потому оное число, взятое вдвое, содержитъ въ себѣ дважды первой членъ и четырижды разность.

ЗАДАЧА X.

§. 106, *Къ даннымъ тремъ числамъ Ариѳметически пропорціональнымъ найти четвертое число.*

РѢШЕНІЕ.

Сложи два послѣднія, и изъ суммы ихъ вычти первой членъ, остатокъ будетъ искомое четвертое число. Справедливость сего явствуетъ изъ предъидущей теоремы (§. 101.).

ЗАДАЧА XI.

§. 107. *Къ даннымъ двумъ крайнимъ числамъ пропорціи Ариѳметической непрерывной изъ трехъ членовъ стоящей, то есть, къ первому и послѣднему найти среднее число.*

РѢШЕНІЕ.

Возьми половину изъ суммы крайнихъ чиселъ; оная покажетъ искомое среднее число (§. 104.).

ЗАДАЧА XII.

§. 108. *Данъ первой членъ и разность найти какое нибудь число прогрессіи Ариѳметической.*

РѢШЕНІЕ.

Умножь разность на данное число членовъ безъ единицы, къ произведенію придай первой членъ, сумма будетъ искомое число (§. 95.).

§. 109.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 109. Когдаже даны будутъ самый меньшій членъ, самый большій и разность: то число членовъ найдется, естьли изъ самаго большаго вычтешь самый меньшій и остатокъ раздѣливъ на разность, къ частному числу приложишь единицу.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 110. Естьлиже, кромѣ большаго и меньшаго члена, вмѣсто разности, дано будетъ число членовъ; то разность найдется, когда изъ большаго вычтешь самый меньшій и остатокъ раздѣлишь на число членовъ безъ единицы.

ЗАДАЧА XIII.

§. 111. *Сложить въ одну сумму числа, состоящія въ порядкѣ Ариѳметически пропорціональныхъ чиселъ.*

РѢШЕНІЕ.

Понеже суммы крайнихъ и среднихъ членовъ равны между собою (§. 103.), и такихъ суммъ во всякомъ порядкѣ можетъ сложено быть столько, сколько половинное число количествъ позволяетъ: того ради сумму перваго и послѣдняго умножь на половину числа членовъ всей прогрессіи, или, что все равно, сумму крайнихъ умноживъ на все число членовъ, произведеніе раздѣли на 2; найденное такимъ образомъ число будетъ сумма всѣхъ членовъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 112. Естьлиже дана будетъ сумма всѣхъ членовъ, число членовъ, и разность, и требуется найти или самый большій, или самый меньшій членъ; то въ такомъ случаѣ: 1.) сумму всѣхъ членовъ раздѣли на половину числа членовъ. 2.) Поелику частное число будетъ сумма крайнихъ, въ которой находится два раза самый меньшій членъ и разность умноженная на число членовъ безъ единицы: того ради вычтеши разность умноженную на число членовъ безъ единицы изъ онаго частнаго числа, и остатокъ раздѣливъ на 2. получишь меньшій членъ; къ которому естьли приложишь опять разность взятую столько разъ, сколько есть всѣхъ членовъ безъ одного, то произойдетъ самый большій членъ.

ТЕОРЕМА VI.

§. 113. Въ пропорціи Геометрической непрерывной, или раздѣльной, состоящей изъ четырехъ чиселъ, произведеніе крайнихъ членовъ, то есть перваго и втораго, равняется произведенію среднихъ, то есть втораго и третьяго.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Подобные, или одинаеіе множители производятъ одинакія произведенія (§. 58.). Но въ умноженіи крайнихъ и среднихъ пропорціональныхъ чиселъ находятся одинакіе множители. Ибо четвертой членъ произходитъ изъ умноженія знаменателя на третій членъ (§. 97.), и потому произведеніе изъ перваго и четвертаго произошло изъ множителей, перваго, третьяго члена и знаменателя, между собою умноженныхъ. И понеже второй членъ Произходитъ изъ умноженія перваго на знаменателя содержанія (§. 97): то, естьли третій членъ умножится на второй, произведеніе изъ того будетъ имѣть множителей подобныхъ первымъ, то есть первой членъ, знаменателя содержанія и третей членъ. Слѣдовательно оба произведенія крайнихъ и среднихъ равны между собою. Но понеже въ семъ доказательствѣ отношеніе втораго къ третьему не принимается въ разсужденіе: то явствуетъ, что сіе свойство есть общее какъ непрерывной, такъ и раздѣльной пропорціи. На пр. 2: 4 = 8: 16: слѣдовательно 2. 16 = 4. 8 = 32; или, въ раздѣльной пропорціи 2: 4 = 3: 6. есть 2. 6 = 4. 3 = 12.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 114. Ежели будутъ даны три только пропорціональныя числа: то среднее число относится къ обоимъ крайнимъ, и имѣетъ двоякое отношеніе, къ первому и третьему; чего ради оно за дважды данное принято быть можетъ, и тогда произведеніе крайнихъ равняется произведенію средняго, самаго

самаго на себя умноженнаго, то есть, квадрату онаго (§. 151.). На пр. 2. 4. 8, или, 2 : 4 = 4 : 8, и такъ 2. 8 = 4. 4 = 16.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 115. Но естьли въ какихъ нибудь четырехъ числахъ произведеніе крайнихъ равняется произведенію среднихъ: то тѣ числа суть Геометрически пропорціональныя; понеже пропорціональныя только количества имѣютъ сіе свойство. Чего ради, естьли среднія числа перемѣшаются, и третій членъ на мѣсто втораго, а второй на мѣсто третьяго поставится; то, понеже произведеніе ихъ тоже будетъ, Слѣдуетъ, что въ четырехъ пропорціональныхъ числахъ, также *переложенное, или перемѣшанное содержаніе* (alternata, vel permutata ratio) перваго къ третьему, и втораго къ четвертому имѣетъ мѣсто. На пр. въ пропорціи 2 : 4 = 6 : 12. имѣетъ мѣсто слѣдующее переложеніе среднихъ, или *перемѣшанное содержаніе* 2 : 6 = 4 : 12.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 116. 1. Сверьхъ того, ежели два пропорціональныя числа какой пропорціи, то есть, предъидущій и послѣдующій члены сложатся въ одну сумму, и будутъ сравнены съ предъидущимъ, или съ послѣдующимъ, тогда бываетъ пропорція, *сложенная чрезъ сложеніе* (addendo composita); поколику въ оной произведенія крайнихъ и среднихъ будутъ также равныя. На пр. 2 : 4 = 6 : 12. будетъ *сложенная пропорція* 2 + 4 : 2 = 6 + 12 : 6; также 2 : 2 + 4 = 6 : 6 + 12, и 2 + 4 : 4 = 6 + 12 : 12, или, 6 : 4 = 18 : 12, въ которой 6. 12 = 4. 18 = 72.

2. Также, ежели два предъидущіе и два послѣдующіе члена будутъ сложены въ одну сумму; явствуетъ, что и сіи суммы имѣютъ такоежъ содержаніе, какое было между предъидущимъ и послѣдующимъ; поколику произведеніе крайнихъ и среднихъ тоже выходитъ. Равномѣрно, ежели и множайшихъ подобныхъ содержаній предъидующіе и послѣдующіе члены сложатся въ одну сумму, происходятъ изъ того такія суммы, которыя содержатся между собою такъ, какъ которой нибудь предъидущій членъ къ своему послѣдующему. И напротивъ естьли предъидущій членъ будетъ вычтенъ изъ предъидущаго и послѣдующій изъ послѣдующаго, остатки ихъ имѣютъ первое содержаніе. Тоже самое справедливо и въ разсужденіи вычитанія по слѣдующихъ членовъ изъ предъидущихъ; т. е. что разности ихъ содержатся такъ какъ предъидущіе или послѣдующіе члены, и черезъ членъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 117. Наконецъ, естьли порядокъ непрерывно пропорціональныхъ чиселъ продолжится далѣе, равнымъ образомъ, какъ и въ предъидущей теоремѣ, показать можно, что произведеніе крайнихъ равняется произведенію среднихъ, въ равномъ разстояніи отъ крайнихъ находящихся, или

 квад-

квадрату средняго, ежели число членовъ будетъ неровне. Пусть будетъ дано пять членовъ 2. 4. 8. 16. 32. Пятой членъ произошелъ изъ четырежды взятаго знаменателя на первой членъ (§. 98.). Слѣдовательно, умноживъ его опять на первой членъ, произведенiе будетъ имѣть множителей, четыре знаменателя и два первые члена. Четвертой происходитъ изъ трижды взятаго знаменателя на первой членъ, а второй есть произведенiе изъ перваго и знаменателя содержанiя (§. 98.): чего ради произведенiе втораго и четвертаго, такъ какъ среднихъ членовъ, имѣетъ также множителей, четыре раза знаменателя, и дважды первой членъ и сiе произведенiе равно первому (§. 58.); и третiй членъ, произшедшiй изъ дважды взятаго знаменаталя на первой, естьли умножится самъ на себя, произведенiе будетъ имѣть множителей, четыре знаменателя и два первые члена, и потому оно точно равняется первымъ проиведенiямъ.

ЗАДАЧА XIV.

§. 118. *Къ даннымъ тремъ первымъ пропорцiональнымъ числамъ найти четвертое число.*

РѢШЕНIЕ.

Два послѣднiя числа умножь между собою, произведенiе раздѣли на первой членъ, частное число покажетъ искомое четвертое число.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже два послѣднiя числа, состоящiя между первымъ и искомымъ четвертымъ, суть среднiя, коихъ произведенiе равняется произведенiю изъ перваго на четвертое (§. 113.); и понеже чрезъ раздѣленiе находится частное число, которое, будучи умножено на дѣлителя, производитъ дѣлимое (§. 66.); того ради слѣдуетъ, что оное частное число есть искомое четвертое пропорцiональное число.

ПРИБАВЛЕНIЕ I.

§. 119. Обратно, къ даннымъ тремъ послѣднимъ пропорцiональнымъ числамъ находится первое, естьли два данныя первыя числа, которыя въ такомъ случаѣ почитаются за среднiя между третьимъ и искомымъ первымъ, будутъ умножены взаимно между собою, и произведенiе раздѣлится на третiе число.

ПРИ-

-Дѣвн

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 120. Сіи два правила, помощію которыхъ изъ трехъ пропорціональныхъ чиселъ находится четвертое, или первое число, для великой пользы золотыми, также тройными правилами называются. И первое изъ оныхъ, когда изъ трехъ данныхъ первыхъ чиселъ находится четвертое, прямымъ (Directa); а другое, когда изъ трехъ данныхъ послѣднихъ чиселъ, находится первое возвратительнымъ, или обратнымъ (Reciproca, vel inversa) называется, о употребленіи которыхъ, при рѣшеніи разныхъ задачь, ниже сего въ особливой главѣ изъяснено будетъ пространнѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§ 121. Когда даны два крайнія числа, и трребуется найти среднее число: то въ такомъ слѣчаѣ произведеніе крайнихъ должно раздѣлить такимъ образомъ, чтобъ произошло изъ того такое число, которое бы, будучи умножено само на себя, равнялось произведенію крайнихъ. Но для сей практики надлежитъ знать извлеченіе квадратнаго радикса, о чемъ ниже сего глав. V. сказано будетъ.

ТЕОРЕМА VII.

§. 122. Произведенія пропорціональныхъ чиселъ, на одно и тоже число умноженныхъ, имѣютъ такоежъ содержаніе, какое первыя данныя числа.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будутъ множимыя пропорціональныя числа 3 : 6. Когда множитель 4 умножится на первое число 3, то будетъ единица къ множителю 4 содержаться, такъ какъ множимое число 3 къ произведенію 12: равнымъ образомъ, когда множитель 4 умножится на другое число 6, то единица къ множителю 4 будетъ содержаться, такъ какъ множимое число 6 къ произведенію 24 (§. 57.). Но содержаніе единицы къ одному томужъ множителю всегда себѣ

 по-

подобно, или равно: слѣдоватеьльно и прочія, содержанія 3: 12 и 6: 24 будутъ подобны (§. 24.). И какъ извѣстно, что въ подобныхъ содержаніяхъ можно употребить преложеніе членовъ (§. 115): то будетъ 3 : 6 = 12 : 24, т. е. произведенія пропорціональныхъ чиселъ, на одинакое, число умноженныхъ, имѣютъ такоежъ содержаніе, какое первыя данныя числа.

ТЕОРЕМА VIII.

§. 123. Частныя числа пропорціональныхъ чиселъ, на одно и тоже число раздѣленныхъ, имѣютъ одинакое содержаніе съ первыми данными числами.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будутъ дѣлимыя пропорціональныя числа 12. 24 на одно тоже число 4: то въ обоихъ случаяхъ единица къ дѣлителю содержится, такъ какъ частное число къ дѣлимому (§. 64.), изъ чего происходятъ слѣдующія пропорціи:

$$1 : 4 = 3 : 12$$
$$1 : 4 = 6 : 24$$

И понеже еденица къ одному томужъ дѣлителю имѣетъ всегда одинакое содержаніе, то будетъ (§. 24.) 3 : 12 = 6 : 24,
или чрезъ членъ (§. 115.)

$$3 : 6 = 12 : 24. \text{ Ч. н. д.}$$

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 124. Слѣдовательно естьли въ пропорціи геометрической котораго нибудь содержанія члены будутъ умножены, или раздѣлены на какое нибудь третіе число: то произведенія, или частныя числа будутъ между собою содержаться такъ, какъ другаго содержанія члены. (§. 24.). Тоже самое разумѣть должно какъ о предъидущихъ, такъ и о послѣдующихъ членахъ содержанія.

ТЕО-

ТЕОРЕМА IX.

§. 125. ВЪ прогрессiи Геометрической не прерывной знаменатель безЪ единицы содержится кЪ единицѣ такЪ, какЪ разность крайныхЪ членовЪ кЪ суммѣ всѣхЪ членовЪ безЪ самаго большаго.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будетЪ прогрессiя: 162, 54, 18, 6, 2; то, поелику 162 : 54 = 54 : 18 = 18 : 6 = 6 : 2, (§. 93.) будетЪ также 162 — 54 : 54 = 54 — 18 : 18 = 18 — 6 : 6 = 6 — 2 : 2, и 162 — 54 + 54 — 18 + 18 — 6 + 6 — 2, т. е. 162 — 2 : 54 + 18 + 6 + 2 = 6 — 2 : 2. (§. 116.).

Но 6 : 2 = 3 : 1, т. е. предпослѣднiй членЪ кЪ послѣднему сооержится такЪ, какЪ знаменатель кЪ единицѣ (§. 63. 80. 83.) и потому 6 — 2 : 2 = 3 — 1 : 1 (§. 116). слѣдовательно 162 — 2 : 54 + 18 + 6 + 2 = 3 — 1 : 1. (§. 25.). Ч. н. д.

ЗАДАЧА XV.

§. 126. Найти сумму всѣхЪ иленовЪ прогрессiи Геометрической непрерывной; когда будутЪ даны самый большiй членЪ, самый меньшiй и знаменатель.

РѢШЕНIЕ.

Самый меньшiй членЪ вычти изЪ самаго большаго и потомЪ кЪ знаменателю безЪ единицы кЪ единицѣ и кЪ найденной разности прискавЪ четвертое пропорцiональное число (§. 118), приложи кЪ оному самый большiй членЪ; произшедшее изЪ того число будетЪ сумма всѣхЪ членовЪ.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 126. Естьлиже даны самый большiй членЪ, самый меньшiй, сумма всѣхЪ членовЪ, и требуется найти знаменателя; то вЪ такомЪ случаѣ кЪ суммѣ всѣхЪ членовЪ безЪ самаго большаго, кЪ разности крайнихЪ и кЪ единицѣ при-

прискавъ четвертое пропорціональное число (§. 118.), придай единицу найденное число будетъ искомой знаменатель.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 128. Не многія предложенія, о которыхъ теперь предложено изъ наиполезнѣйшей главы о пропорціяхъ, вопервыхъ достойны примѣчанія, понеже на нихъ утверждаются и прочія сего рода истинны; большежъ о томъ ниже сего, помощію всеобщей Ариѳметики, въ Аналитической наукѣ пристойнѣе и короче доказано будетъ.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

О ломаныхъ числахъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.

§. 129. *Ломаное число* (Numerus fractus) есть часть цѣлаго, или единицы представляющей нѣкое цѣлое, состоящее изъ извѣстнаго числа частей. На пр. ежели цѣлое имѣетъ пять частей, и изъ оныхъ взята будетъ одна часть, или больше: то число, означающее оную часть, называется *ломанымъ*, также *дробью* (Fractio). Но правильнѣе бы называлось *частью*, или *долею цѣлаго* (Pars integri).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

§. 130. Дробь изображается двумя числами, отдѣленными между собою линеею, изъ которыхъ верьхнее опредѣляетъ самую часть цѣлаго, и называется *числитель* (Numerator); а нижнее означаетъ всѣ части цѣлаго, и называется *знаменатель* (Denominator). На пр. $\frac{3}{5}$ три части цѣлаго, которое имѣетъ пять частей.

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 131. И такъ количество дроби состоитъ въ содержаніи числителя къ знаменателю; и чѣмъ больше единицъ знаменателя содержитъ въ себѣ числитель, тѣмъ больше дробь бываетъ.

ПРИ-

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 132. Для тойже причины, естьли, неперемѣняя числителя, увеличишь знаменателя чрезъ умноженіе въ нѣсколько кратъ што во столько же кратъ дробь уменьшится. То есть, ежели умножишь знаменателя на 2. то дробь будетъ взята половинная; понеже знаменатель здѣлавшись вдвое больше, содержитъ въ себѣ и числителя вдвое больше разъ противъ прежняго. Равнымъ образомъ, ежели знаменатель трижды, или четырежды, чрезъ умноженіе самъ съ собою будетъ сложенъ: то происходитъ изъ того третья и четвертая часть дроби. Или, половинная, третья, и проч. часть дроби берется, умножая знаменателя на 2, на 3 и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 133. Но не перемѣняя знаменателя, когда части прикладываются къ числителю, дробь увеличивается.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 134. Ежели случится то, что сумма единицъ въ числителѣ будетъ больше знаменателя: то такая дробь будетъ больше цѣлаго, какая обыкновенно называется *неправильною* (impropria).

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 135. Когдажъ числителя и знаменателя умножишь, или раздѣлишь на одно число, понеже содержаніе чиселъ не перемѣняется (§. 122. 123.): то и дробь не перемѣняется, но имѣетъ то же точно количество.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVII.

§. 136. *Чистая дробь* (Fractio pura), какая до сихъ мѣстъ описывана, есть, которая имѣетъ числителя и знаменателя; *смѣшеннаяжъ* (Mixta) есть при которой находится цѣлое. На пр. $2\frac{1}{5}$.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVIII.

§. 137. *Приведеніе дробей* (Reductio fractionum) называется всякая такая практика, чрезъ которую видъ дробей перемѣняется, чтобъ удобнѣе можно было разумѣть количество и знаменованіе оныхъ. На пр. ежели большія числа приведены будутъ въ меньшія, или знаменатель дроби сравнится съ другимъ извѣстнѣйшимъ, или изъ разныхъ знаменателей произведенъ будетъ одинъ общій.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIX.

§. 138. *Самая большая общая мѣра дроби* (communis mensura maxima fractionis) есть самой большой дѣлитель обѣихъ чиселъ, помощію котораго

оныя числа приводятся въ самыя меньшія, имѣющія съ первыми равное содержаніе.

З А Д А Ч А XV.

§. 139. *Найти самую большую общую мѣру двухъ чиселъ дроби.*

Р Ѣ Ш Е Н І Е.

1. Большее число раздѣли на меньшее, и меньшее на остатокъ.
2. Ежели во второмъ дѣленіи что нибудь еще останется: то предъидущаго дѣлителя раздѣли на сей остатокъ, и такое дѣйствіе далѣе продолжай до тѣхъ поръ, пока не дойдешь до такого числа, которое раздѣляетъ меньшее послѣднее число безъ остатка Послѣдній сей дѣлитель, которой не оставляетъ никакого остатка, будетъ самая большая мѣра двухъ чиселъ.

Д О К А З А Т Е Л Ь С Т В О.

Ибо ежели послѣдній дѣлитель содержится безъ остатка въ остальномъ дѣлимомъ числѣ: то онъ будетъ также мѣрою и предъидущихъ чиселъ, то есть большаго и меньшаго числа, которыя разнствуютъ между собою тѣмъ остаткомъ; потому что въ большемъ числѣ содержится меньшее съ остаткомъ (§. 32.). Что тотъ же послѣдній дѣлитель будетъ при томъ самая большая мѣра обоихъ чиселъ; то сіе доказываетъ Эвклидъ тѣмъ, что сему противное есть невозможно. Кн. 7. предл. 2. Тоже самое нѣсколькими примѣрами показать можно. На пр. дана дробь $\frac{16}{72}$, въ которой 72 раздѣливъ на 16, останется 8; но меньшее число 16, раздѣливъ на 8, ничего не остается, и потому число 8, какъ на оное оба числа раздѣляются безъ остатка, будетъ общая мѣра обѣихъ чиселъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 140. Чего ради, когда будетъ дана такая дробь, коей числитель и знаменатель суть большія числа: то оныя чрезъ раздѣленіе на самую большую общую мѣру приводятся въ меньшія

чи-

числа, составляющія дробь равную первой (§. 135.). Но въ меньшихъ числахъ, въ коихъ общія мѣры, хотя не самыя большія, скоро найти можно, справедливо оставляются тѣ обстоятельства, кои наблюдаются при сыскиваніи самой большей мѣры.

ЗАДАЧА XVI.

§. 141. *Привести неправильныя дроби въ цѣлыя числа, или въ смѣшенныя дроби.*

РѢШЕНІЕ.

Понеже числитель неправильной дроби есть больше знаменателя (§. 134.): того ради числитель ея дѣлится на знаменателя, частное число покажетъ, сколько разъ неправильная дробь содержитъ въ себѣ цѣлое (§. 63.). Естьлижъ что сверьхъ того останется, то оное, какъ дробь, приписывается къ цѣлому, и производится изъ того искомая смѣшенная дробь. На пр. $\frac{13}{4}$ содержитъ въ себѣ 3 и $\frac{1}{4}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 142. Обратно, данная смѣшенная дробь превращается въ чистую, когда цѣлыя, находящіяся при дроби, умножаются на знаменателя, къ произведенію придается числитель, и подъ суммой подписывается знаменатель.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 143. И цѣлыя принимаютъ видъ чистой дроби, когда подъ оныя, проведши линѣю, подписывается единица. На пр. $\frac{3}{1}$, суть три цѣлыя.

ЗАДАЧА XVII.

§. 144. *Двѣ дроби, или больше, имѣющія разныхъ знаменателей привести въ равныя имъ, имѣющія одинакаго знаменателя.*

РѢШЕНІЕ

Случай 1. *Ежели дано будетъ привести двѣ дроби*, то знаменатель каждой дроби умножается на числителя и знаменателя другой, такимъ образомъ произойдутъ равныя дроби (§. 135.), имѣющія одинакаго знаменателя; понеже нижнія числа, то есть, знаменатели, будучи умножены между собою дважды, неотмѣнно должны произвести равныя произве-

де-

денія (§. 58.). На пр. $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{3}$ = $\frac{9}{15}$ $\frac{10}{15}$.

Случай 2. *Ежели дано будетъ привести больше дробей, то:*

1. Умножаются всѣ знаменатели взаимно между собою, произведеніе изъ того будетъ общій знаменатель.

2. Сей знаменатель дѣлится на знаменателя каждой дроби, и частныя числа умножаются на соотвѣтствующихъ числителей, произведенія изъ того покажутъ числителей, кои, будучи поставлены надъ общимъ знаменателемъ, производятъ дроби равныя даннымъ одинакого знаменованія. На пр. дробей $\frac{4}{7}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{3}$ будетъ общей знаменатель 105, коего $\frac{1}{7}$ = 15, $\frac{1}{5}$ = 21 и $\frac{1}{3}$ = 35; чего ради $\frac{4}{7}$ = $\frac{60}{105}$ и $\frac{3}{5}$ = $\frac{63}{105}$ и $\frac{2}{3}$ = $\frac{70}{105}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Основанія рѣшенія, въ разсужденіи перваго случая, выше сего уже показаны; во второмъ же случаѣ явствуетъ то, что чрезъ дѣленіе общаго дѣлителя, находятся такія частныя числа, коихъ произведенія на числителей къ общему знаменателю имѣютъ такое же содержаніе, какое первые числители имѣли къ своимъ знаменателямъ. Ибо нѣсколькую часть, чрезъ дѣленіе каждаго знаменателя найденную, беру я столько разъ, сколько единицъ находится въ числителѣ. На пр. понеже $\frac{1}{7}$ = $\frac{15}{105}$: то будутъ $\frac{4}{7}$ вчетверо больше $\frac{60}{105}$. И потому найденныя такимъ образомъ дроби равны первымъ (§. 124.), и притомъ имѣютъ одинакаго знаменателя.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§ 145. Когда дроби имѣютъ одинакихъ знаменателей, тогда онѣ содержатся между собою, какъ числители. На пр. $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$ имѣютъ содержаніе 2: 4 половинное.

ЗАДАЧА XVIII.

§. 146. *Сложить ломаныя числа.*

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. Ежели данныя ломаныя числа имѣютъ одинакихъ знаменателей, то одни только числители, поколику они означаютъ части цѣлаго (§. 130.), складываются, и подъ суммою ихъ подписывается общій знаменатель (§. 133.).

2. Ежелижъ данныя ломаныя числа будутъ имѣть разныхъ знаменателей, то оныя сперва приводятся къ одинакому знаменателю (§. 144), а по томъ уже складываются ихъ числители. На пр. $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 147 Когда цѣлыя съ дробьми, или дроби съ цѣлыми складываются, тогда произходитъ изъ того смѣшенная дробь, о которой выше сего сказано (§. 136. 141.).

ЗАДАЧА XX.

§. 148. *Вычесть между собою ломаныя числа.*

РѢШЕНІЕ.

Также приводятся дроби къ одинакому знаменованію (§. 144.), ежели не имѣютъ онаго; по томъ числитель меньшей дроби вычитается изъ числителя большей, и подъ остаткомъ подписывается общій дѣлитель. На Пр. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 149. Когда надлежитъ вычитать дроби изъ цѣлыхъ чиселъ, тогда цѣлое число, или, ежели оно содержитъ въ себѣ многія единицы, одна токмо единица, отъ онаго отнятая, приводится сперва къ такому знаменателю, какое имѣетъ дробь (§. 142.), и потомъ дѣлается вычитаніе. На пр. изъ 1 надлежитъ вычесть дробь $\frac{2}{3}$, то будетъ $1 = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$. Естьли же требуется вычесть дробь смѣшенную изъ смѣшенной же; то вычитается прежде дробь чистая, при вычитаемомъ числѣ находящаяся, изъ такой же дроби находящейся при другомъ числѣ, а потомъ цѣлое число изъ цѣлаго, наблюдая при томъ то, что, естьли чистая дробь, при вычитаемомъ числѣ находящаяся, будетъ больше другой; то въ такомъ случаѣ занятая отъ цѣлаго числа единица приводится прежде съ дробью, при числѣ, изъ котораго вычитать надлежитъ, находящеюся, въ смѣшенную, а потомъ уже дѣлается вычитаніе.

ЗАДАЧА XXI.

§. 150. *Умножить ломаныя числа на цѣлыя, и между собою.*

РѢШЕНІЕ.

1. Данныя цѣлыя числа умножаются на числителя дроби (ибо она подлинно есть та часть, которую надлежитъ складывать саму съ собою столько разъ, сколько единицъ находится въ множителѣ) (§. 130.), и подъ произведеніемъ подписывается знаменатель безъ перемѣны. На пр. $\frac{2}{3}$ умноживъ на 5, будетъ произведеніе $\frac{10}{3}$.
2. Въ чистыхъ же дробяхъ умножается числитель на числителя, и знаменатель на знаменателя, и оное произведеніе за числителя, а сіе за знаменателя произведенной дроби принимается. На пр. $\frac{2}{3}\,\frac{2}{4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (§. 135.).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Послѣдняя часть рѣшенія доказывается такимъ образомъ: умноживъ знаменателя, не премѣняя числителя, дробь уменьшается (§. 132.), или берется такая ея часть, какую означаетъ содержаніе единицы къ множителю. На пр. дроби $\frac{2}{3}$ нижнее число 3, будучи умножено на 4, производитъ $\frac{2}{12}$, или четвертую часть первой дроби. Но ежели и числитель дроби умножится на числителя, то будетъ взято столько частей, сколько единицъ содержитъ въ себѣ числитель множителя. На пр. $\frac{2}{12}$, будучи умножены на 2, производятъ въ двое больше $\frac{4}{12}$, и по тому умноженіе сдѣлано было правильно (§. 57.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 151. Понеже чрезъ умноженіе дроби не та же самая дробь складывается сама съ собою нѣсколько разъ, но токмо берется такая ея часть, какую означаетъ умножающая дробь; по чему и не удивительно, что производится дробь меньше первой. Когдажъ дробь будетъ неправильная, содержащая въ себѣ цѣлое число однажды, или нѣсколько разъ, тогда и произведеніе бываетъ больше множимаго.

ЗАДАЧА XXII.

§. 152. *Раздѣлить дробь на дробь.*

РѢШЕНІЕ.

Обороти дробь дѣлителя, и противоположенныя верьхнія и нижнія числа умножь между собою, произведеніе, въ видѣ дроби написанное, будетъ представлять частное число. На пр. $\frac{2}{3}$ должно раздѣлить на $\frac{2}{6}$, оборотивъ дѣлителя $\frac{2}{3}\,{}^{6}$ произведеніе $\frac{12}{6} = 2$ показываетъ, что дѣлитель содержится въ дѣлимомъ числѣ дважды.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ дѣленіе находится содержаніе количествъ, сколько разъ меньшое содержится въ большомъ (§. 63.), и такое содержаніе познается, когда числители дробей, имѣющихъ одинакаго знаменателя, безъ онаго, сравниваются между собою (§. 145.); но ежели дробей, одну изъ нихъ оборотивъ, противоположенныя верьхнія и нижнія числа умножатся между собою: то произходятъ изъ того числители дробей, имѣющихъ одинакаго знаменателя; ибо находятся оные чрезъ умноженіе числителя одной дроби на знаменателя другой (§. 144. нум. 1.). И по тому никакого нѣтъ сомнѣнія, что, оборотивъ сперьва дѣлителя, послѣ того произведенія противоположенныхъ чиселъ показываютъ содержаніе двухъ дробей (§. 80.), или частное число.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 153. Когда надлежитъ раздѣлить цѣлое число; то, понеже цѣлыя, подписавъ подъ оныя единицу, принимаютъ видъ дроби (§. 143.), ежели дробь дѣлящая оборотится: то знаменатель ея, на данное цѣлое число умноженной, подписавъ подъ него числителя, будетъ показывать ча

етное число. На пр. 6 должно раздѣл. на $\frac{2}{4}$, то $\frac{6\ 4}{1\ 2} = \frac{24}{2} = 12$, то есть половина въ шести цѣлыхъ содержится двенатцать разъ.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 154. Также удивляться не должно, что частное число въ семъ дѣленiи происходитъ больше дѣлимаго, понеже спрашивается здѣсь содержанiе дробей между собою, и съ цѣлыми числами сравненныхъ (§ 80.). Ибо какъ скоро содержится дробь въ другой дроби однажды, или нѣсколько разъ, частное число должно изображено быть неправильною дробью, которая содержитъ въ себѣ одно цѣлое, или больше (§. 134.).

ЗАДАЧА XXIII.

§. 155. *Привести всякую дробь въ равную ей другую, коей знаменатель данъ.*

РѢШЕНIЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже тѣ дроби равны между собою, коихъ числители къ своимъ знаменателямъ имѣютъ подобное содержанiе (§. 131.); то когда числитель и знаменатель одной дроби, и слѣдовательно ихъ содержанiе между собою извѣстно: для даннаго знаменателя найдется соотвѣтствующiй въ подобномъ содержанiи числитель по задачѣ въ §. 118. предложеной. Ибо служитъ здѣсь слѣдующая пропорцiя: какъ знаменатель данной дроби къ своему числителю, такъ данной знаменатель содержится къ соотвѣтствующему своему числителю. Чего ради данной знаменатель умножается на числителя дроби, а произведенiе изъ того дѣлится на знаменателя ея, и такимъ бразомъ находится частное число, показывающее числителя, которой надлежитъ поставить надъ знаменателемъ. На пр. требуется найти дроби $\frac{2}{3}$, равную, коей знаменатель уже данъ 24: то разполагаются члены такимъ образомъ:

$$3 : 2 = 24 : 16$$

слѣдоват. $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$.

ПРИ-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 156. Чего ради помощію сего способа всякая малая дробь, коей знаменатель изображаетъ цѣлое, на необыкновенныя части раздѣленное, можетъ сравнена быть съ частью такого цѣлаго, коего раздѣленіе вообще принято другое. На пр. ежели даны будутъ $\frac{4}{15}$ фунт которой раздѣляется на 12 унц. то по предъидущему правилу будетъ 12·4 = 48, и 48 : 15 = $3\frac{3}{15}$, или $3 + \frac{1}{5}$, унц. показываютъ знаменованіе дроби.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 157. Нѣтъ нужды изъяснять въ особенности о дробяхъ дробей, потому что, умноживъ ломаныя числа взаимно между собою, произходятъ изъ того простыя дроби, о которыхъ довольно изъяснено. На пр. ежели должно будетъ взять $\frac{2}{6}$ изъ $\frac{4}{8}$: то произведеніе $\frac{8}{48}$, или $\frac{1}{6}$ показываетъ искомую частицу, то есть, $\frac{1}{6}$ есть третья часть половины.

ГЛАВА ПЯТАЯ.

О *ИЗВЛЕЧЕНІИ КВАДРАТНЫХЪ И КУБИЧЕСКИХЪ РАДИКСОВЪ.*

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XL.

§. 158. *Квадратное число* (numerus quadratus) есть, которое произходитъ изъ умноженія всякаго числа самого на себя. *Радиксъ* (radix) квадратной есть самое то число, которое, будучи умножено само на себя, производитъ квадратъ. Квадраты девяти единицъ представляетъ слѣдующая таблица:

радиксы	1	2	3	4	5	6	7	8	9
квадраты	1	4	9	16	25	36	49	64	81

ТЕОРЕМА X.

§. 159. *Квадраты имѣютъ удвоенное содержаніе своихъ радиксовъ.*

 ДО-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже квадраты произходятъ изъ умноженія чиселъ самихъ на себя; того ради, ежели два пропорціональныя числа 2 : 4 взяты будутъ вмѣсто радиксовъ, явствуетъ, что въ пропорціи изъ такихъ пропорціональныхъ чиселъ, дважды поставленныхъ, состоящей 2 : 4 = 2 : 4 для произведенія квадратовъ, умножаются между собою два предъидущія и два послѣдующія числа, и произшедшія изъ того два произведенія имѣютъ удвоенное содержаніе предъидущаго къ послѣдующему (§. 87.); слѣдовательно квадраты имѣютъ удвоенное содержаніе своихъ радиксовъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLI.

§. 160. *Извлеченіе квадратнаго радикса* (extractio radicis quadratae) есть способъ находить квадратной радиксъ изъ даннаго квадратнаго числа.

ЗАДАЧА XXIV.

§. 161. *Извлечь квадратной радиксъ изъ даннаго числа.*

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли данное число на классы, начиная отъ правой руки, и для каждаго класса опредѣли по два знака.
2. Изъ послѣдняго класса, къ лѣвой рукѣ, вычти квадратъ равной, или, естли того здѣлать не можно, ближайше меньшей (§. 158.), остатокъ подпиши подъ лѣвымъ классомъ, а радиксъ поставь за линѣею вмѣсто частнаго числа.
3. Къ остатку снеси слѣдующій классъ, удвой найденной радиксъ, и удвоенной такъ, какъ новаго дѣлителя, напиши подъ лѣвымъ знакомъ слѣдующаго класса, и ежели удвоенной радиксъ будетъ состоять изъ многихъ знаковъ; то прочіе его знаки ставь къ лѣвой рукѣ подъ оставшимися послѣ вычитанія знаками.

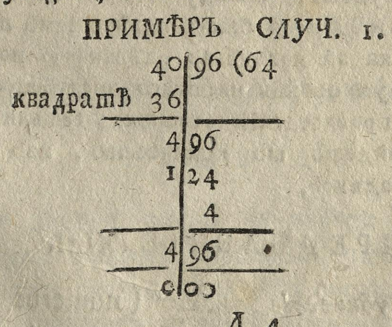
4. По томъ смотри, сколько разъ новой дѣлитель содержится въ соотвѣтствующихъ ему знакахъ, и частное число поставь подлѣ перваго, написавъ также оное же и на порожнемъ мѣстѣ подъ снесеннымъ классомъ, т. е. подъ правымъ его знакомъ.

5. Произведеніе сего дѣлителя на новое частное число вычти изъ дѣлимаго числа, и остатокъ, ежели какой будетъ, замѣть подъ линѣею.

6. Показанное дѣйствіе (нум. 3. 4. 5.) повторяй столько разъ, сколько классовъ рѣшимаго числа сверьхъ того остается, и рѣшеніе, или извлеченіе, продолжай до тѣхъ поръ, пока не будетъ кончено.

7. Ежели по окончаніи сего дѣленія что нибудь останется отъ рѣшимаго числа, то хотя и никогда не можно найти совершеннаго его радикса; однако могутъ еще найдены быть десятичныя дроби, помощію которыхъ можно ближайше подойти къ истинному радиксу. То есть, придаются къ оставшемуся числу, одинъ классъ, два класса, или больше, имѣющіе по два нуля, и продолжается показанная практика извлеченія. Ибо по приложеніи одного класса нулей, находятся остаточныя десятыя части, помощію жъ другаго класса нулей дѣлаются извѣстными сотыя части, и такъ далѣе тысячныя и меньшія оныхъ, ежели угодно, сыскиваются.

ПРИМѢРЪ СЛУЧ. 1.



40	96 (64
квадратъ 36	
4	96
1	24
	4
4	96 .
0	00

При-

ПРИМѢРЪ СЛУЧ. 2.

```
   7|59 (27 5/10
   4|
 ---|----
   3|59
    |47
    | 7
 ---|----
   3|29
 ---|----
    |30|00
    |  5|45
    |   | 5
   -|---|---
    | 27|25
   -|---|---
    |  2|75.
```

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 162. Радиксъ такого числа, которое есть не квадратное, называется глухимъ (ſurda), или ирраціональнымъ (irrationalis), потому что не можно выговорить и изобразить его цѣлыми числами, или понеже содержаніе его къ единицѣ есть не изобразимое и такой радиксъ единицѣ есть несоизмѣримой. Между тѣмъ учитъ насъ Геометрія, какимъ образомъ ирраціональной радиксъ можетъ изображенъ быть линѣею. См. ниже (§. 196. Геом.), Доказательствожъ на правила извлеченія квадратнаго и кубическаго радикса, ниже въ Аналитикѣ показано будетъ. Между тѣмъ справедливость правилъ можетъ изъяснена быть повѣреніемъ примѣровъ. То есть, практика за правильно сдѣланную почитается тогда, ежели по умноженіи частнаго числа самаго на себя и по придачѣ къ произведенію остатка, естьли какой находится, произойдетъ то количество, изъ котораго извлеченъ былъ радиксъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLII.

§. 163. *Кубическое число* (numerus cubicus) есть, которое происходитъ изъ умноженія квадрата

на

на радиксъ; и *извлеченіе кубическаго радикса* (extractio radicis cubicae) есть способъ находить тотъ же самой радиксъ изъ даннаго куба. Кубы девяти первыхъ единицъ суть слѣдующіе:

радик.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
кубы.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

ТЕОРЕМА XI.

§. 164. *Кубы имѣютъ утроенное содержаніе своихъ радиксовъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, взявъ два радикса 2; 4 вмѣсто пропорціональныхъ чиселъ, для произведенія куба должны умножены быть три радикса (§. 163.); того ради слѣдуетъ, что и въ такомъ случаѣ три пропорціональные предъидущіе, и три послѣдующіе равные члены 2: 4 = 2: 4 = 2: 4 производятъ кубы. Но произведенія трехъ предъидущихъ и трехъ послѣдующихъ членовъ имѣютъ утроенное содержаніе предъидущаго къ послѣдующему (§. 86.); слѣдовательно кубы имѣютъ утроенное содержаніе своихъ радиксовъ.

ЗАДАЧА XXV.

§. 165. *Извлечь кубической радиксъ изъ даннаго числа.*

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли данное число на классы, начиная отъ правой руки такимъ образомъ, чтобы въ каждомъ было по три знака, выключая послѣдней отъ лѣвой руки, въ которомъ можетъ быть три, два и одинъ.

2. Изъ послѣдняго лѣваго класса вычти кубъ или равной, или ближайше меньшей, которой надлежитъ взять изъ вышепредложенной таблицы, остатокъ поставь подъ тѣмъ же лѣвымъ классомъ, а радиксъ напиши за линѣею. Но такая практика въ томъ же примѣрѣ не повторяется.

3. По томъ частное число, или радиксъ возми втрое и взятой втрое умножь на самой радиксъ.

4. Подъ правымъ знакомъ снесеннаго къ остатку слѣдующаго класса поставь единицу, подъ среднимъ частное число, трижды взятое, а подъ третьимъ напиши произведеніе изъ частнаго числа самого на себя взятаго, и потомъ умноженнаго на три, или новой дѣлитель.

5. Сіи внизу подписанныя числа, имѣя вмѣсто дѣлителей, смотри, сколько разъ онѣ могутъ вычтены быть изъ верьхнихъ (однако надлежитъ здѣсь принимать въ разсужденіе слѣдующія произведенія, и сумму, изъ оныхъ произойти имѣющую), и найденное частное число поставь подлѣ перваго за линѣею.

6. Новое частное число напиши также на лѣвой сторонѣ противъ произведенія изъ перваго частнаго числа, самого на себя умноженнаго и взятаго трижды; надъ новымъ частнымъ числомъ, противъ трижды взятаго перваго частнаго числа, поставь квадратъ его; наконецъ надъ квадратомъ противъ единицы поставь кубъ новаго частнаго числа.

7. Противоположенныя числа умножь взаимно между собою, и произведенія изъ того сложивъ, сумму вычти изъ знаковъ, находящихся надъ кубомъ, а остатокъ напиши подъ линѣею.

8. Къ остатку снеси слѣдующій классъ, что отъ правой руки, и подобное дѣйствіе продолжай до тѣхъ поръ, пока не будешъ кончено.

9. Ежели по раздѣленіи всѣхъ классовъ сверьхъ того останется какой остатокъ, то оной хотя и показываетъ, что данное число есть не кубическое, и точнаго радикса изъ него извлечь не можно; однако, ежели за благоразсудится, придай къ оному остатку одинъ, или больше классовъ, имѣющихъ по три нуля, и продолжая по прежнему извлеченіе, найди десятичныя дроби, которыя бы точнѣе опредѣляли частное число. На пр.

```
          157|464 (54
          125|
         ----
           32|464
     кубъ  64|  1
 квадратъ  16|15 трижд. взят.
  радиксъ 4.7|5  произв.
         ----
          300
           240
            |64
         ---------
           32464
         ---------
           00000
```

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 166. И сей практики дѣлается повѣрка, взявъ кубъ радикса, и приложивъ къ тому остатокъ, ежели какой есть; ибо такимъ образомъ находится то число, изъ котораго дѣлано было извлеченіе.

ГЛАВА ШЕСТАЯ

О ПРАВИЛАХЪ ПРАКТИЧЕСКОЙ АРИѲМЕТИКИ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIII.

§. 167. *Правила практической Ариѳметики* (regulae Arithmeticae Practicae) суть, помощію которыхъ, принявъ

нявъ въ помощь науку о пропорціяхъ, рѣшатся разныя задачи, которыя случаются, въ разсужденіи сравненія особенныхъ вещей, въ контрактахъ и другихъ случаяхъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 168. Сихъ правилъ вообще щитается четыре: первое правило пропорцій, второе товарищества, третіе смѣшенія, четвертое положенія. Но видно будетъ изъ слѣдующихъ, что три послѣднія правила зависятъ отъ перваго, и произходятъ изъ сложенія и повторенія онаго.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIV.

§. 169. *Тройное правило*, или *золотое* (regula trium, ſiue aurea), о которомъ выше уже (§. 120.) упомянуто, есть, чрезъ которое къ тремъ даннымъ пропорціональнымъ числамъ находится четвертое. Тройное правилое сть, или *прямое* (directa), когда къ тремъ даннымъ первымъ числамъ находится четвертое; или *превращенное и возвратительное* (inuerſa, vel reciproca), когда къ тремъ даннымъ послѣднимъ числамъ находится первое.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 170. Чего ради прямое правило употребляется только при сравненіи такихъ количествъ, которыя состоятъ въ Геометрическомъ прямомъ содержаніи. На пр. когда въ куплѣ и продажѣ вещи сравниваются съ цѣною.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 171. Возвратительноеже правило употребляется, когда сравниваемыя вещи имѣютъ обратное содержаніе, которое бываетъ тогда, когда два сравниваемыя содержанія имѣютъ между собою такое отношеніе, что, естьли въ первомъ содержаніи послѣдующій членъ въ разсужденіи предъидущаго увеличивается, то во второмъ послѣдующій въ такой же пропорціи умаляется въ разсужденіи своего предъидущаго, или обратно. На пр. когда число работниковъ сравнивается

со

со временемъ, которое они употребляютъ на какое дѣло, тогда будетъ обратное содержаніе, по тому что малое число работниковъ не скоро, а большое число оныхъ скорѣе должны кончить свое дѣло. Ибо, ежели 6 человѣкъ работниковъ сдѣлаютъ какое дѣло въ 8 дней, то слѣдуетъ, что 12 человѣкъ работниковъ могутъ привести къ концу то же дѣло въ 4 дни.

ЗАДАЧА XXVI.

§. 172. *Изъяснить правила и случаи тройнаго прямаго правила.*

РѢШЕНІЕ.

1. Понеже въ тройномъ прямомъ правилѣ изъ трехъ первыхъ чиселъ находится четвертое; того ради данныя три числа расположивъ такимъ образомъ, чтобы на второмъ мѣстѣ было то количество, при которомъ дѣлается запросъ о величинѣ искомаго; на первомъ одинакаго съ нимъ роду; а на третьемъ подобное искомому, два послѣднія умножь между собою, и произведеніе раздѣли на первое, частное число покажетъ искомое число (§. 118.).

2. Случаевъ же особливо есть три; ибо или 1) даются три простые члена, или 2) иные изъ оныхъ бываютъ изъ многихъ простыхъ сложенные; наконецъ 3) случаются ломаныя числа, или однѣ, или съ цѣлыми смѣшенныя. Всѣ сіи случаи въ лекціяхъ пространнѣе изъясняются примѣрами.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 173. И такъ, поелику тройнаго правила вся сущность состоитъ въ сравненіи пропорціональныхъ, потому что здесь говорится: какъ первой членъ содержится ко второму, такъ третій къ четвертому; или чрезъчленъ (§. 115.), какъ первой къ третьему, такъ второй къ четвертому, и поелику сверьхъ того извѣстно, что, ежели пропорціоналѣныя числа раздѣлятся на одинакое число, происходятъ изъ того такія частныя числа, которыя имѣютъ одинакое содержаніе съ раздѣленными числами (§. 123.): то слѣдуетъ, что сокращеннѣе можетъ сдѣлано быть рѣшеніе тройнаго правила, ежели первой и второй, или первой и третій члены чрезъ общаго дѣлителя приведутся въ меньшія числа, коихъ бы умноженіе и дѣленіе скорѣе сдѣлать можно было. На пр. 60: 40 = 24: 16, раздѣливъ первые члены на 20, происходитъ другая равная пропорція 3: 2 = 24: 16, или раздѣливъ

первой членъ и третій на 12, происходитъ такая пропорція 5 : 40 = 2 : 16. Такое приведеніе сложныхъ чиселъ въ первыя между собою Ариѳметисты щитаютъ между сокращеніями *Италіанской практики*, къ коимъ присовокупляютъ также умноженіе, и дѣленіе разнородныхъ чиселъ, которыя чрезъ множителей, или чрезъ части, короче рѣшатся; о чемъ выше сего уже сказано (§. 76, 77.).

ЗАДАЧА XXVII.

§. 174. *Изъяснить правила и случаи тройнаго возвратительнаго правила.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Расположивъ данныя числа такъ, чтобъ на третьемъ мѣстѣ было то, при которомъ дѣлается запросъ объ искомомъ, а изъ протчихъ двухъ одно на первомъ, а другое на второмъ, и умноживъ два первые члена, произведеніе раздѣли на третій; частное число покажетъ искомой первой членъ (§. 119.).

Случаижъ сходствуютъ съ тѣми, о которыхъ въ предъидущей задачѣ упомянуто, только что въ самыхъ вещахъ употребляется возвратительное, или обратное содержаніе. На пр.

работ. дни работ.
40 ——— 24 ——— 60
будетъ 40. 24 = 960 : 60 = 16 дней.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ежели послѣдней членъ будетъ поставленъ на мѣстѣ перваго, то примѣръ рѣшится по тройному прямому правилу. Понеже какое содержаніе имѣютъ многіе работники къ не многимъ, такое будетъ имѣть и большее время къ меньшему. На пр.
60 : 40 = 24 : 16.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 175. Повѣрка обсего тройнаго правила дѣлается обратно, то есть, найденное число вмѣсто даннаго, а данное вмѣсто искомаго принимается.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLV.

§. 176. *Тройное правило сложное* (regula aurea composita) есть, по которому изъ пяти, семи, и т. д. данныхъ членовъ находится шестой, осьмой и проч. Также есть, или *прямое* (directa), въ которомъ всѣ сравниваемыя вещии мѣютъ между собою прямыя содержанія, или *обратное* (inuersa), когда входятъ въ оное такія вещи, которыя имѣютъ обратное содержаніе.

ЗАДАЧА XXVIII.

§. 177. *Изъяснить сложное прямое правило.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Понеже въ такомъ примѣрѣ находится столько прямыхъ пропорцій, сколько разъ можно въ ономъ отдѣлить по два количества одинакаго роду; того ради и тройное правило употребляется столько же разъ. То есть, въ первомъ берутся однѣ вещи безъ обстоятельствъ и членъ одинакаго знаменованія съ искомымъ; во второмъ между двумя обстоятельствами на среднемъ мѣстѣ ставится найденной по первому четвертой членъ; въ третьемъ между другими двумя обстоятельствами на среднемъ же мѣстѣ ставится найденной по предъидущему расположенію членъ, и такъ далѣе: такимъ образомъ послѣднее частное число покажетъ искомое. На пр. 9 человѣкъ работниковъ въ 3 дни сдѣлаютъ валъ 6 кубическихъ саженей; а 12 человѣкъ работниковъ въ 24 дни, сколькихъ саженей валъ здѣлать могутъ? Сперва говори:

9 ——— 6 ——— 12 ——— 8 сажен.
3 ——— 8 ——— 24 ——— 64 саж.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Короче́жъ сдѣлается показанное рѣшеніе, ежели вещи умножатся на свои обстоятельства, и потомъ чрезъ одно тройное прямое правило найденъ будетъ четвертой членъ; то есть, ежели 9 человѣкъ

вѣкъ работниковъ въ три дни сдѣлаютъ валъ 6 саж.; то, утроивъ ихъ число, 27 человѣкъ работниковъ совершатъ оное дѣло въ одинъ день; и 12 человѣкъ работниковъ въ 24 дни окончатъ тоже дѣло, которое 12. 24 = 288 могутъ совершить въ одинъ день. По чему будетъ такая пропорція:

27 ——— 6 ——— 288 ——— 64. иск. числ.

ЗАДАЧА XXIX.

§. 178. *Изъяснить сложное возвратительное правило.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Отдѣляя по два члена одинакаго роду, смотри, въ прямомъ ли, или въ обратномъ содержаніи каждая пара состоитъ съ тѣми количествами, изъ которыхъ одно есть искомое, и смотря по оному, взявъ прежде два члена значащіе вещь, расположи оныя съ подобнымъ искомому количествомъ по прямому, или по возвратительному правилу и найди четвертое пропорц. число. Потомъ изъ протчихъ отдѣленныхъ паръ обстоятельствъ каждыя два располагай съ найденнымъ по предъидущему ближайшему расположенію четвертымъ пропорціональнымъ по прямому, или по возвратительному правилму, смотря потому, въ какомъ содержаніи помянутыя количества состоятъ съ тѣми, изъ которыхъ одно есть искомое. Найденное такимъ образомъ послѣднее пропорц. число будетъ искомое. На пр. сказано уже выше сего (§. 171.), что обратное содержаніе дѣлается, когда число работниковъ сравнивается со временемъ; чего ради вопросъ, чрезъ предъидущую задачу рѣшенной, тотчасъ подастъ примѣръ сложнаго обратнаго правила, ежели

ежели перемѣненъ будетъ слѣдующимъ образомъ: когда 12 человѣкъ 64 сажени земли для валу наносятъ въ 24. дни; то спраш., во сколько времени 9 чел. работниковъ могутъ наносить 6 саженей? Поелику, сравнивъ число работниковъ со временемъ, видно, что работники со временемъ состоятъ въ обращенномъ содержаніи; того ради, въ силу рѣшенія, располагай данныя въ примѣрѣ количества и находи искомое число слѣдующимъ образомъ:

```
            чел.     чел.    дн.    дн.
Пер. про.   9   :    12  =   24  :  32
                             12
                           -----
                             48
                             24
                           -----
                          9|288|32

            саж.    саж.    дн.    дн.
Втор. про.  64  :   6   =   32  :  3.  иском. числ.
                             6
                         ---------
                         64|192|3
                            192
                         ---------
                             0
```

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Отдѣливъ попарно члены одинякаго знаменованія одни отъ другихъ, и поставивъ членъ одного роду съ искомымъ на третьемъ мѣстѣ, изъ протчихъ отдѣленныхъ количествъ каждыя два располагай одни подъ другими, въ разсужденіи онаго, по тройн. прямому, или по возвратительному правилу, смотря по тому, въ какомъ содержаніи каждыя два состоятъ съ тѣми, изъ которыхъ одно есть искомое.

2. Расположивъ такимъ образомъ данныя количества, умножь между собою всѣ на первыхъ мѣстахъ стоящія, и также умножь между собою стоящія на вторыхъ мѣстахъ.

5. Потомъ къ первому произведенію, ко второму и къ количеству одного роду съ искомымъ найди четвер. пропорціональное число. Оное будетъ искомое. на пр.

60 Человѣкъ, въ 15 дней, работая въ день по 8 часовъ, вырыли каналъ шириною въ 5 саж. глубин. въ $1\frac{1}{2}$ саж. длиною во 180 саж.; спраш., во сколько времени 90 челов. выроютъ 240 саж. канала въ длину, котораго ширина 6 саж. а глубин. $1\frac{3}{4}$, работая въ день по 10 час.

чел. чел. дн.
90 : 60 - - или 3 : 2 15 :
чел. чел.
10 : 8 - - - 5 : 4
саж. саж.
5 : 6 - - - 5 : 6
саж. саж.
$1\frac{1}{2}$; $1\frac{3}{4}$ - - - 6 : 7
саж. саж.
180 : 240 - - 3 : 4

1,215,000 : 1,209,600 = 1350 : 1344 =
= 225 : 224 = 15 дн. : $14\frac{14}{15}$ дн. т. е.
$14\frac{14}{15}$ дн. = 14 дн. — $9\frac{1}{3}$ час. иском. числ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVI.

§ 179. *Правило товарищества*, или *складное* (Regula societatis, vel consortii) есть способъ данное число дѣлить на части другимъ даннымъ числамъ пропорціональныя. Дѣлимое число называется *общимъ*, а прочія просто *данными*.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 180. Чего ради, понеже большій барышъ, или накладъ достается на того товарища, которой имѣетъ право на большую долю изъ всей суммы, слѣдуетъ, что знавъ сумму, отъ

отъ которой барышъ, или накладъ сдѣлался, и количество барыша, или наклада, помощію сего правила найдется, сколько изъ барыша, или накладу достанется на того, которой въ сумму положилъ извѣстную часть.

ЗАДАЧА XXX.

§. 181. *Изъяснить правила, принадлежащія къ правилу товарищества.*

РѢШЕНІЕ.

1. *Случай первой.* Когда однѣ складки, безъ даннаго времени сравниваются съ барышомъ: сложивъ оныя, говори: какъ вся сумма ко всему барышу, такъ часть суммы, или одна складка содержится къ долѣ барыша, соотвѣтствующей взятой въ сравненіе части суммы; и сіе повторяй столько разъ, сколько есть складокъ. На пр.

А. 24.
В. 36.

---

60 сумма; а 12 барышъ,

то говори: 1) $60 : 12 = 24 : 4\frac{4}{5}$ А, барышъ.

2) $60 : 12 = 36 : 7\frac{1}{5}$ В. барышъ.

2. *Случай второй.* Когда при складкахъ находятся разныя времена; то всѣ складки умножь на свои времена, и взявъ сумму произведеній, найди пропорціональную долю для каждой складки, т. е. для каждаго произведенія, произшедшаго изъ числа внесенныхъ денегъ и времени, чрезъ повтореніе пропорціи столько разъ, сколько есть складокъ. Ибо явствуетъ что чрезъ умноженіе складокъ на время, всѣ приводятся къ одному времени. Понеже, кто въ одинъ разъ положилъ

вѣ складку извѣстную сумму на два года, тотъ, ежелибы вдвое того далъ, въ одинъ годъ получилъ бы тотъ же барышъ, поколику оной, какъ здѣсь предполагается, одинакое приращеніе и убавленіе получаетъ.

А. 24 . 3 год.
В. 36 . 6 год. барышъ 18.

72
216

288 сумма

говори: 1) 288 : 18 = 72 : $4\frac{1}{2}$ барыш. А.
2) 288 : 18 = 216 : $13\frac{1}{2}$ барыш. В.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 182. Ежели произшедшія части общаго числа будучи сложены въ одну сумму, составятъ опять общее число: то сіе показываетъ, что задача рѣшена вѣрно.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVII.

§ 183. *Правило фальшивое* (Regula falsi) есть способъ находить искомое число, помощію взятаго поизволенію. Правило фальшивое раздѣляется на *правило одного положенія*, и *правило двухъ положеній*. *Правило одного положенія* есть способъ, помощію одного поизволенію взятаго числа, находить искомое. *Правило двухъ положеній* есть способъ находить оное же помощію двухъ по изволенію принятыхъ чиселъ.

Число принятое по изволенію вмѣсто искомаго называется *положеніемъ* (hypothesis).

ЗА-

ЗАДАЧА XXXI.

§ 184. *Изъяснить правила принадлежащія къ правилу одного положенія.*

РѢШЕНІЕ.

1. Вмѣсто искомаго взявъ по изволенію какое нибудь число, сдѣлай съ нимъ всѣ тѣ перемѣны, какія бы надлежало сдѣлать съ искомымъ, естьли бы оное было извѣстно, чтобъ произошло данное въ задачѣ.

2. Естьли по симъ перемѣнамъ произшедшее число будетъ равно данному въ задачѣ; то принятое по изволенію будетъ искомое: въ противномъ случаѣ

3. Къ найденному по порядку рѣшенія числу, къ положенію и къ даному въ задачѣ прищи четвертое пропорціональное. Оное будетъ искомое число. На пр.

Одинъ игрокъ проигравши $\frac{2}{5}$ и сверьхъ того $\frac{3}{7}$ всѣхъ денегъ, которыя съ собою имѣлъ, возвратясь домой, нашелъ, что у него еще отъ всѣхъ денегъ осталось 60 руб.; спраш., сколько съ нимъ было всѣхъ денегъ до начатія игры? Положимъ, что всѣхъ денегъ у него было 140 руб, то будетъ

$140 \times \frac{2}{5} = 56$ руб. 140

$140 \times \frac{3}{7} = 60$ 116

116 24. найд. по поряд. рѣш. число.

И такъ 24: 140 = 60

60

24|8400 |350 иском. числ.

72

120

120

0

ЗАДАЧА XXXII.

§ 185. *Изъяснить правило двухъ положеній.*

РѢШЕНІЕ.

1. Вмѣсто искомаго числа, взявъ два какія нибудь по изволенію, поступай съ каждымъ такъ, какъ въ предъидущей задачѣ показано.

2. Ежели оба найденныя по порядку рѣшенія числа будутъ больше даннаго въ задачѣ: то въ такомъ случаѣ изъ каждаго вычти данное въ задачѣ и замѣть погрѣшности, такъ называемыя, *превосходящія* (errores per excessum), означивъ каждую знакомъ (+): естьли же оба произшедшія по порядку рѣшенія числа будутъ меньше даннаго въ задачѣ; то каждое вычти изъ даннаго въ задачѣ и замѣть погрѣшности, которыя въ семъ случаѣ называются *недостаточными* (errores per defectum) и означаются знакомъ (—): буди же одно будетъ больше, а другое меньше даннаго; то изъ большаго данное; а изъ даннаго въ задачѣ меньшее вычтя, замѣть также найденныя погрѣшности, означивъ каждую приличнымъ ей знакомъ, а потомъ поступай слѣдующимъ образомъ:

3. *Пер. случ.* Естьли найденныя погрѣшности будутъ одинакія; то, написавъ каждую подъ соотвѣтствующимъ ей положеніемъ, умножь первое положеніе на погрѣшность втораго положенія, а второе положеніе на погрѣтность перваго, и потомъ разность сихъ произведеній раздѣли на разность погрѣшностей. Частное число будетъ искомое.

Втор. случ. Естьли найденныя погрѣшности будутъ не одинакія; то, поступивъ прежде съ оными и съ положеніями такъ, какъ въ первомъ случаѣ показано, раздѣли потомъ сумму произведеній на сумму погрѣшностей. Найденное такимъ образомъ число будетъ искомое.

При-

Примѣръ на первой случай:

Трое имѣли по нѣскольку денегъ; у перваго со вторымъ было 90 руб., у втораго съ третьимъ было 140 руб. у перваго съ третьимъ было 110 руб.; спраш., по скольку у каждаго денегъ было?

Положимъ, что первой имѣлъ 20 руб. то второго деньги будутъ = 90 — 20 = 70 руб., а третьяго 140 — 70 = 70 руб И такъ сумма денегъ перваго и третьяго будетъ 20 + 70 = 90, а должна быть = 110 руб. По чему погрѣшность будетъ недостаточествующая, т. е. 110 — 90 = — 20. Положимъ опять, что у перваго было 24 руб.; то второго деньги будутъ = 90 — 24 = 66, а третьяго = 140 — 66 = 74; слѣд. сумма денегъ перваго и третьяго будетъ = 98, т. е. погрѣшность опять будетъ недостаточествующая = 110 — 98 = — 12. Почему искомое число, по первому случаю, найдется слѣдующимъ образомъ:

Перв. полож. 20 втор. пол. 24

	— 20 ✕	— 12
20	480	240
— 12	— 240	
8	8	240|30 столь. руб. и мл. пер.

90
30
60 руб. столько втор.

140
— 60
80 руб. столько третій.

Примѣръ на второй случай.

Нѣкто нанялъ на годъ слугу съ такимъ договоромъ, что бы за каждой день, въ которой онъ будетъ по надлежащему работать, платить ему по

18 коп, а за каждой день, въ которой онъ не исполнитъ своей должности, вычитать унего по 12 коп; по прошествіи же года, сдѣлавъ расчетъ, нашли, что одинъ другому ни чѣмъ не были должны; и такъ спраш, сколько дней слуга работалъ и сколько прогулялъ?

Легко можно видѣть, что здѣсь требуется раздѣлить 365 дн. на двѣ такія части, что бы, по умноженіи одной изъ оныхъ на 12, а другой на 18, произведенія произошли равныя. По чему задача рѣшится слѣдующимъ обравомъ:

Положимъ что слуга работалъ 120 дн: то буд. $120 \times 18 = 2160$, и $365 - 120 = 245 \times 12 = 2940$; а должно быть 2160, т. е. погрѣшность будетъ превосходящая $= 2940 - 2160 = +780$. Положимъ опять, что слуга работалъ 200 дн.; то будетъ $200 \times 18 = 3600$, и $365 - 200 = 165 \times 12 = 1980$, а должно быть 3600, т. е. погрѣшность будетъ недостаточествующая $= 3600 - 1980 = -1620$. И такъ задача рѣшена будетъ по втор. случ. слѣдующимъ образомъ:

Пер. пол.	120	втор. пол.	200
	+ 780	✕	− 1620
1620	156000		194400
780	194400		
2400	350400	146 столько дн. слуга работалъ	
	24		
	110	365	
	96	146	
	144	219 стол. дн. не работалъ.	

ПРИМѢЧАНІЕ.

§ 186. Правило двухъ положеній предъ правиломъ одного положенія имѣетъ то преимущество, что всѣ задачи, къ правилу фальшивому принадлежащія, помощію онаго рѣшены быть могутъ,

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVIII.

§ 187. *Правило смѣшенія* есть способъ находить, по скольку частей опредѣленной мѣры вещей разныхъ цѣнъ взять надлежитъ, чтобъ такаяже мѣра смѣшенія была средней цѣны.

ПРИМѢЧАНІЕ.

Сіе правило имѣетъ свое употребленіе въ экономіи Физикѣ, Медицинѣ, и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§ 189. Слѣдовательно данная, или по изволенію положенная цѣна смѣшенія не можетъ быть равна которой нибудь изъ данныхъ цѣнъ, ни больше, или меньше всѣхъ порознь взятыхъ; но должна быть средняя между ими такъ, чтобъ иныя были больше ея, а другія меньше.

ЗАДАЧА XXXIII.

§. 190. *Изъяснить правило смѣшенія.*

Перв. случ. Естьли дано будетъ смѣшать вещи двухъ цѣнъ такимъ образомъ, чтобъ смѣшеніе было средней данной цѣны: то

1) Данныя цѣны написавъ одну подъ другою, а среднюю по изволенію положенную посторону оныхъ съ лѣвой руки, меньшую цѣну вычти изъ средней, и разность поставь противъ большей цѣны съ правой руки, а среднюю вычтя изъ большей, разность поставь противъ меньшей цѣны съ правой же руки.
2) Потомъ сложивъ сіи разности, къ суммѣ ихъ, къ единицѣ и къ каждой разности найди четвертое геом. пропорціональное число. Найденныя такимъ образомъ четвертыя пропорціональныя числа покажутъ искомыя части той мѣры, которой каждой вещи цѣна объявлена, составляющія такую же мѣру смѣшенія срадней цѣны. На пр.

Требуется смѣшать серебро и золото, изъ которыхъ перваго золотникъ стоитъ 25 коп., а другаго золотникъ же 250 коп. такимъ образомъ, чтобъ смѣшенія золотникъ стоялъ 170 коп.; и такъ спрашивается, по скольку частей золотника какъ того, такъ и другаго металла надлежитъ взять въ смѣшеніе?

Вопросъ рѣшится такимъ образомъ:

```
      25 | 80
170      |
     250 |145
         |______
```

225 : 1 = 80 : $\frac{16}{45}$ золотн. столько серебр.

= 145 : $\frac{29}{45}$ золотн. столько золота взять надлежитъ въ смѣш.

Второй случ. Естьли требуется смѣшать нѣсколько вещей большей цѣны съ такимъ же числомъ вещей меньшей цѣны, т. е. естьли дано будетъ обоихъ по равному числу; то въ такомъ случаѣ надлежитъ поступать слѣдующимъ образомъ:

1) Данныя цѣны написавъ одни подъ другими такимъ образомъ, чтобъ сперва были большія, а потомъ меньшія, или на оборотъ, а среднюю поставивъ по сторону оныхъ съ лѣвой руки, вычти которую нибудь меньшую цѣну изъ средней и разность поставь противъ которой нибудь большей, изъ которой вычтя среднюю, разность поставь противъ той меньшей, которую предъ симъ принималъ въ вычитаніе. Потомъ взявъ другую меньшую цѣну и другую большую, поступай съ ними такъ же какъ съ первыми, и такъ далѣе.

2) Всѣ найденныя разности сложивъ, къ суммѣ ихъ, къ единицѣ и къ каждой разности найди четвертое геом. пропорціональное число. Найденныя четвер-

вертыя пропорц. числа покажутъ искомыя части составляющія такую же мѣру смѣшенія средней поизволенію положенной цѣны. На пр.

Нѣсколько винъ разной цѣны, изъ которыхъ одного бутылка по 25 коп. другаго по 45 коп. третьяго по 60 четвертаго 100 коп. пятаго по 150 коп. шестаго по 250 коп. требуется смѣшать такимъ образомъ, чтобъ смѣшаннаго бутылка стояла 80 коп.; спраш. по скольку частей бутылки каждаго надлежитъ взять въ смѣшеніе?

Вопросъ рѣшится слѣдующимъ образомъ:

25	170	370 : 1 = 170 : $\frac{17}{37}$	стол. част. бут. перв.
45	70	——— = 70 : $\frac{7}{37}$	стол. ——— втор.
60	20	——— = 20 : $\frac{2}{37}$	——— третьяго
80			
100	20	——— = 20 : $\frac{2}{37}$	——— четвер.
150	35	——— = 35 : $\frac{7}{74}$	——— пятаго
250	55	——— = 55 · $\frac{11}{74}$	——— шестаго
	370		

Третій случ. Естьли требуется смѣшать нѣсколько вещей большей цѣны, и нѣсколько вещей меньшей цѣны, и дано будетъ или больше вещей меньшей цѣны, а меньше большей, или на оборотъ; то:

1. Расположивъ цѣны такъ, какъ въ предъидущихъ случаяхъ показано, и отъ большаго числа цѣнъ отдѣливъ столько, сколько другихъ дано, съ отдѣленными и съ тѣми цѣнами, коихъ меньше дано, поступай такъ, какъ во втор. случаѣ показано, т. е. находи равности и располагай оныя по первому пункту онаго случая.

2. Потомъ отъ меньшаго числа цѣнъ отдѣливъ столько, сколько осталось отъ большаго числа

цѣнъ

цѣнъ, поступай опять съ послѣдними и съ отдѣленными по тому же случаю, т. е. находи и располагай разности, какъ противъ оставшихся цѣнъ, такъ и противъ отдѣленныхъ, такъ, какъ предъ симъ сказано, не смотря на то, что противъ послѣднихъ разности однажды уже написаны.

3. Наконецъ всѣ противъ цѣнъ поставленныя разности сложивъ, къ суммѣ ихъ, къ единицѣ, и къ разности, или къ суммѣ разностей противъ каждаго числа поставленныхъ, найди чет. проп. числ. Найденныя числа, какъ прежде, покажутъ искомыя части составляющія вещь средней цѣны. На пр.

Нѣсколько винъ, изъ которыѣъ одного бутылка стоитъ 20 коп, другаго 25 коп, третьяго 35 коп, четвертаго 40 коп, пятаго 80 коп, шестаго 130 коп, требуется смѣшать такимъ образомъ, чтобъ смѣшенія бутылку можно было продавать по 65 коп; спраш, по скольку частей бутылки каждаго надлежитъ взять въ смѣшеніе?

Найдется такимъ образомъ:

	20	65 = 65 . 300 . 1	= 65 : $\frac{13}{60}$	стол. част. перв.
	25	15 = 15 —	= 15 : $\frac{3}{60}$	— втор.
—				
	35	65 = 65 —	= 65 : $\frac{13}{60}$	— трет.
	40	15 = 15 —	= 15 : $\frac{3}{60}$	— четвер.
65				
	80	25 + 40 = 65 —	= 65 : $\frac{13}{60}$	— пят.
	130	30 + 45 = 75 —	= 75 : $\frac{15}{60}$	— шестаго.
		300		

ПРИМѢЧАНІЕ. 1.

§. 191. Повѣреніе задачи на правило смѣшенія сдѣлано будетъ; естьли каждую изъ найденныхъ частей умноживъ

живъ на цѣну соотвѣтствующаго цѣлаго, произшедшія произведенія сложить. Ибо естьли сумма произведеній будетъ разна поизволенію положенной средней цѣнѣ; то безъ сомнѣнія заключить можно, что задача рѣшена вѣрно. Надобно также наблюдать и то, чтобъ сумма найденныхъ частей составляла цѣлое.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 192. Можно такъ же по правилу смѣшенія найти, сколько въ какомъ нибудь слиткѣ, состоящемъ изъ извѣстныхъ металловъ, находится каждаго металла порознь, предположивъ, что металлы находящіяся въ смѣшеніи такое же занимаютъ пространство, какое занимали, не бывъ, смѣшаны съ другими. Для сего надлежитъ только знать, или, помощію извѣстнаго идростатическаго опыта, опредѣлить, какую часть своего вѣсу теряетъ въ водѣ каждой металлъ изъ взятыхъ въ мѣшеніе. Потомъ нашедши по тройному правилу, сколько вѣсу потерялъ бы въ водѣ каждой металлъ, естьли бы его было вѣсомъ столько, сколько вѣситъ данной слитокъ, и принявъ потерянные въ водѣ вѣсы металлами за данныя цѣны, а потерянной вѣсъ слиткомъ за среднюю цѣну, поступай съ ними такъ, какъ показаано въ предъидущихъ задачахъ, т. е. къ суммѣ разностей, къ вѣсу даннаго слитка и къ каждой разности порознь найди четвертое геом. пропорціональное число. Найденныя числа покажутъ, сколько вѣсомъ каждаго металла въ данномъ слиткѣ находится. На пр.

Спраш., сколько въ слиткѣ вѣсомъ въ 120 фунт. состоящемъ изъ олова и свинцу, которой теряетъ въ водѣ вѣсу 14 фунт., находится свинцу, и сколько олова?

Найдется такимъ Образомъ:

Извѣстно, что 37 фунт. олова теряютъ въ водѣ 5 фунт., а 23 фунта свинцу теряютъ 2 фунт. и такъ

37 : 5 = 120 : 600 столь. потер. вѣсу 120 ф. ол.

23 : 2 = 120 : 240 - - - - - 120 ф. свинц.

600 / 37	13800	3034
14		
240 / 23	8880	1886
	851	4920

851 × 14 = 3404 + 851 = 11914 : 851

11914 . 4920 : 120 = 3034 : 74 ф. стол. ол. вѣ сл.

8880 + 3034 = 11914; 13800 − 11914 = 1886

4920 : 120 = 1886 : 46. фун. столько свинцу вѣ слиткѣ.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 193. Задачи сего роду повѣряются такѣ, какѣ и прочія принадлежащія кѣ правилу смѣшенія.

ГЛАВА СЕДЬМАЯ
О
ЛОГАРИѲМАХѢ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIX.

§. 194.

§. 194. *Логариѳмами* (Logarithmi) называются равноразнствующія числа, которыя начинаются отѣ нуля, увеличиваются единицею, и кѣ числамѣ непре-

прерывно пропорціональнымЪ, начинающимся отЪ единицы, присовокупляются. На пр.

Логариѳмы 0. 1. 2. 3. 4 5. 6.
Пропорц. числа 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 195. Наименованіе логариѳма, будто бы λόγων ἀριθμοῦ, (показаніе числа) весьма прилично, потому что чрезЪ логариѳмы показывается разстояніе пропорціональныхЪ чиселЪ отЪ единицы. Ибо 1 есть логариѳмЪ перваго пропорціональнаго числа отЪ единицы, 2 есть логариѳмЪ втораго числа отЪ единицы: и такЪ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 196. СуммажЪ логариѳмовЪ производитЪ между логариѳмами такое число, между которымЪ и нулемЪ сложенныя два числа суть среднія. Понеже вЪ равноразнствующихЪ, или вЪ непрерывныхЪ АриѳметическихЪ пропорціональныхЪ числахЪ, сумма среднихЪ равняется суммѣ крайнихЪ (§. 103.).

ТЕОРЕМА XII.

§. 197. *Сумма логариѳмовЪ производитЪ логариѳмЪ произведенія двухЪ пропорціональныхЪ числЪ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже вЪ умноженіи, какое содержаніе кЪ множителю имѣетЪ единица, такое есть и множимаго числа кЪ произведенію (§. 57.); того ради явствуетЪ, что вЪ такой пропорціи два множителя будутЪ два среднія числа между единицею и произведеніемЪ (§. 114.). Но прежде сказано, что логариѳмы, будучи сложены, показываютЪ такое число, между которымЪ и нулемЪ сложенныя два числа суть среднія (§. 196); слѣдовательно, когда нуль есть логариѳмЪ единицы (§. 194.), такія среднія равноразнствующія числа соотвѣтствуютЪ двумЪ среднимЪ пропорціональнымЪ числамЪ между единецею и произведеніемЪ; и понеже единица не умножаетЪ (§. 57.): то произведеніе соотвѣтствуетЪ суммѣ тѣхЪ логариѳмовЪ, кои надписаны надЪ множителями.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 198. Обратно въ дѣленiи, когда вычтешь логариѳмъ дѣлителя изъ логариѳма дѣлимаго: то останется логариѳмъ частнаго числа; потому что дѣлитель, будучи умноженъ на частное число, производитъ дѣлимое (§. 66.).

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 199. И понеже квадратное число произходитъ изъ умноженiя радикса самаго на себя (§. 158.), и множители его суть равные: того ради половиной логариѳмъ квадрата будетъ логариѳмъ радикса. Или логариѳмъ радикса надлежитъ удвоить, чтобъ произошолъ логариѳмъ квадрата.

ПРИБАВЛЕНIЕ 3.

§. 200. Равнымъ образомъ, понеже кубъ имѣетъ трехъ равныхъ множителей (§. 163), третья часть его логариѳма покажетъ логариѳмъ радикса, и утроенной логариѳмъ радикса покажетъ логариѳмъ кубическаго числа.

ПРИБАВЛЕIЕ 4.

§. 201. Наконецъ въ тройномъ прямомъ правилѣ, гдѣ два послѣднiе члена умножаются между собою, и произведенiе изъ того дѣлится на первой членъ, ежели можно употреблять логариѳмы: то должно сложить логориѳмы двухъ послѣднихъ чиселъ, и изъ суммы ихъ вычесть логариѳмъ перваго, остатокъ покажетъ логариѳмъ четвертаго пропорцiональнаго числа.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 202. Свойства логариѳмовъ давно уже извѣстны были Мих. Стифелiю, которой и изъяснилъ оныя въ Ариѳметикѣ кн. I. гл. 4. кн. 3. гл. 5. См. Вольф. лексик. Матем. или Логар. Однакожъ, дабы сiе свойство полезно было, и способствовало для облегченiя умноженiя и дѣленiе большихъ чиселъ, учинилъ то первой Io. Неперъ, Баронъ Шотландской, коего описанiе удивительнаго канона логариѳмовъ издано въ Эденбургѣ 1614. год' 4. (хотя Кеплеръ въ предѣид. Таб. рудольф. гл. 3. и утверждаетъ, что Юстъ Биргiй за многiе годы до Неперiанова изда-

нія зналъ изобретеніе и употребленіе логариѳмовъ; но какъ былъ онъ медлительной человѣкъ, то оставилъ плодъ въ самомъ произращеніи. По томъ по совѣту Неперову Генр. Бригій, Проф. Оксфуртской, логарнѳмы привелъ въ лучшій порядокъ, и двадцать тысячь оныхъ издалъ въ логарнѳмической Ариѳметикѣ, кои наконецъ Адр. Улакнъ болѣе размножилъ, и сто тысячь логариѳмовъ издалъ въ судѣ 1628. год. въ листъ, подъ именемъ логарифмической Ариѳметики. Да и самъ Улакнъ, и послѣ его Страухій, и другіе нападали въ таблицахъ сокращеннѣйшіе логариѳмы, какъ простыхъ чиселъ, такъ синусовъ и тангенсовъ, какія при концѣ сей книги и предложены. Но чтобъ способъ, по которому логариѳмы сыскиваны, извѣстенъ былъ, кратко объ ономъ предложено будетъ въ слѣдующей задачѣ.

Задача XXXIV.

§. 203. *Найти логариѳмъ девяти.*

РѢШЕНІЕ.

1. Возьми пропорціональныя числа, имѣющія непрерывное десятерное содержаніе, съ надписанными логариѳмами.

   0. 1. 2. 3.
   1. 10. 100. 1000. и проч.

2. По томъ увеличь верхнія и нижнія числа нѣсколькими нулями, дабы дроби, коихъ здѣсь миновать не можно, какъ малѣйшія частицы большихъ чиселъ, опущены быть могли.

   0. 00000000 1. 00000000
   1. 00000000 10. 00000000

3. Между пропорціальными, первымъ и послѣднимъ числомъ, то есть между единицею и десятью, найди среднее число, умноживъ сіи числа самихъ на себя, и изъ произведенія ихъ извлекши квадратной радиксъ (§. 118. 154.), сверьхъ того возьми

сумму логариѳмовъ 0,0000000 и 1.0000000; половина ея покажетъ логариѳмъ перваго средняго пропорціональнаго числа (§. 103. 194.).

4. Но понеже оное среднее число, чрезъ извлеченіе радикса найденное 31622777, далеко еще отъ девяти, столько же, какъ и два крайнія числа, нулей при себѣ имѣющаго 9. 0000000, отстоитъ, и онаго гораздо меньше; того ради между онымъ и крайнимъ большимъ 10. 0000000, опять такимъ же, какъ показано, образомъ должно находить среднее число, и ему соотвѣтствующій логариѳмъ, и такое дѣйствіе продолжать до тѣхъ поръ, пока не найдешь дватцать девять среднихъ чиселъ и ихъ логариѳмовъ, и число девять съ столькими, сколько два крайнія числа имѣютъ, нулями 9. 0000000 не выдетъ; сего числа логариѳмъ 0. 95424251 надлежитъ почитать за логариѳмъ девяти.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 204 О числахъ, которыя въ нѣкоторое время, предпринявъ рѣшеніе продолжительной сей задачи, по примѣру другихъ, о которыхъ Гамбергеръ, прежде сего бывшей въ Іенской Академіи Сл. Профессоръ Математики, и мой учитель, оказавшій мнѣ въ моихъ наукахъ великое одолженіе, сообщалъ мнѣ благосклонно, я нашелъ, объявлено мною въ диссертаціи объ аналитикѣ плоск. треугол. стран. 10. и 11.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 205. Равнымъ образомъ находится логариѳмъ двухъ и семи.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 206. Когдажъ будутъ даны логариѳмы чиселъ 1. 2. 7. 9. 10: то прочихъ знаковъ, которые состоятъ между тѣми числами, логариѳмы удобно изъ сихъ составляются.

Ибо

Ибо 9 есть квадратъ трехъ, и половина логариөма сего числа покажетъ логариөмъ трехъ (§. 199.); 10: 2=5, и потому вычетши логариөмъ двухъ изъ логариөма десяти, останется логариөмъ пяти (§. 198.); логариөмъ шести составляется изъ сложенія логариөмовъ 3 и 2, понеже 3. 2=6 (§. 197.); наконецъ логариөмъ восьми произходитъ изъ сложенія логариөмовъ 2 и 4, понеже 2. 4=8 (§. 197.). Равномѣрное облегченіе получается и въ продолженіи изобрѣтенія другихъ логариөмическихъ чиселъ, что все явствуетъ изъ свойства логариөмовъ, въ началѣ сей главы изъясненнаго.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVIII.

§. 207. *Знакъ Характеристической* (Nota characteristica) логариөмовъ есть первое число, которое отдѣляется отъ прочихъ точкою, и показываетъ къ какому классу, на пр. единицъ, десятковъ, сотенъ и прч. принадлежитъ данной логариөмъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 208. То есть, наблюдая десятерную пропорцію, всѣ единицы до десяти, имѣютъ вмѣсто характеристики нули, отъ десятковъ же до ста логариөмы начинаются съ единицы; отъ сотниж до тысячи единицъ характеристика есть два, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 209. Чего ради числа, которыя на концѣ увеличиваются нулемъ, разнствуютъ между собою только характеристикою. На пр. 6 есть логариөмъ 0. 7781512, логариөмъ же 60 будетъ 1. 7781512.

КОНЕЦЪ.



